

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

Vliv středního napětí na životnost těles při valivém kontaktu těles v elasticko-plastické oblasti

Mean Stress Effects and Fatigue Life of Bodies in Elastic-Plastic Rolling Contact

Vedoucí diplomové práce:

Dr. Ing. Ludmila Adámková

Vypracoval:

Bc. Tomáš Matýsek

Ostrava, 2013

Zadání diplomové práce

Student:

Bc. Tomáš Matýsek

Studijní program:

N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor:

3901T003 Aplikovaná mechanika

Téma:

Vliv středního napětí na životnost těles při valivém kontaktu v
elasticko-plastické oblasti
Mean Stress Effects and Fatigue Life of Bodies in Elastic-Plastic Rolling
Contact

Zásady pro vypracování:

1. Proveďte pomocí metody konečných prvků analýzu napětíových a deformačních poměrů při valivém kontaktu těles v elasticko-plastické oblasti.
2. Úlohu řešte pro případ ocelové pásnice, po které se odvaluje ocelový válec.
3. Popište metodiku stanovení životnosti v kontaktní únavě.
4. Uveďte metody zahrnující vliv středního napětí na životnost součástí.
5. Srovnajte výsledky výpočtů podle jednotlivých metod.

Seznam doporučené odborné literatury:

JOHNSON, K.L. Contact Mechanics. 1.ed. Cambridge University press. 1985

DOWLING, E.N. Mechanical Behavior of Materials. Prentice-Hall, INC. New Jersey 1993. ISBN 0-13-026956-5

KUČERA, J. - Stručný úvod do mechaniky lomu. II. část. Únava materiálu. Skriptum VŠB-TU Ostrava 1994.

ISBN 80-7078-244-7

HOSCHL, C. Únava materiálu při náhodném zatěžování. Praha, ČSVTS 1982.

ANSYS User's Manuals (referenční příručky programu ANSYS od Swanson Analysis Systems, Inc.)

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce:

Dr. Ing. Ludmila Adámková

Datum zadání: 14.12.2012

Datum odevzdání: 20.05.2013



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.

vedoucí katedry




doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.

děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

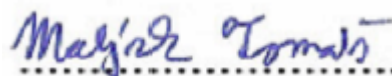
V Ostravě 20.05.2013


.....
podpis studenta

Prohlašuji, že

- byl jsem seznámen s tím, že na moji diplomovou (bakalářskou) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- беру на ведоми, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VSB – TUO) má právo nevýdělečné ke své vnitřní potřebě diplomovou (bakalářskou) práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové (bakalářské) práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB – TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že údaje o diplomové (bakalářské) práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB – TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB – TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvou s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou (bakalářskou) práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB – TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB – TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ведоми, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 20.05.2013



Plné jméno diplomanta

Adresa trvalého pobytu diplomanta

Tomáš Matýsek

Holasovice 137

747 74

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

MATÝSEK, T. *Vliv středního napětí na životnost těles při valivém kontaktu těles v elasticko-plastické oblasti*, Ostrava: Katedra pružnosti a pevnosti, Fakulta strojní VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2013, 66 s. Diplomová práce, vedoucí: Dr. Ing. Ludmila Adámková.

Diplomová práce se zabývá určením životnosti v kontaktní únavě ocelové pásnice, po které se odvaluje válec, který je přitlačován konstantní silou. Předmětem řešení bylo stanovit životnost v kontaktní únavě ocelové pásnice.

Analýza rozložení napěťových a deformačních poměrů v okolí kontaktu válce s pásnicí byly provedeny metodou konečných prvků. Těchto výpočtu bylo použito při určování počtu cyklů do iniciace únavových mikrotrhlin. Pozornost je věnována nízkocyklové multiaxiální únavě.

ANNOTATION OF THESIS

MATÝSEK, T. *Mean Stress Effects and Fatigue Life of Bodies in Elastic-Plastic Rolling Contact*, Ostrava: Department of Mechanics of Materials, Faculty of Mechanical Engineering VŠB-Technical University of Ostrava, 2013, 66 p. *Thesis, head:* Dr. Ing. Ludmila Adámková

This thesis deals with the determination of the contact fatigue life of the steel flange, after which the cylinder rolls, which is pressed against a constant force. The object was to determine the solution in contact fatigue life of the steel flange.

Analysis of the distribution of stress and strain conditions around the contact roller with flange was performed using finite element method. These calculation was used for determining the number of cycles to initiation of fatigue micro cracks. Attention is paid to multiaxial low-cycle fatigue.

Obsah

<u>1</u>	<u>ÚVOD</u>	<u>11</u>
1.1	CÍL PRÁCE.....	12
1.2	SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY	12
<u>2</u>	<u>ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ KONTAKTNÍCH ÚLOH</u>	<u>13</u>
2.1	PŘÍMKOVÝ KONTAKT TĚLES	13
2.2	POČÁTEK PLASTICKÝCH DEFORMACÍ – KONTAKT NEPRUŽNÝCH TĚLES	15
2.3	STANOVENÍ HODNOTY ZATÍŽENÍ, PO JEJÍMŽ PŘEKROČENÍ DOCHÁZÍ K PLASTICKÝM DEFORMACÍM	16
2.3.1	KONTAKT VÁLCŮ	16
<u>3</u>	<u>MECHANISMUS PLASTICKÉ DEFORMACE POVRCHOVÝCH A PODPOVRCHOVÝCH VRSTEV</u>	<u>18</u>
3.1	PRUŽNĚ PLASTICKÉ MATERIÁLY (PŘÍZPŮSOBENÍ).....	19
3.1.1	POČÁTEK PLASTICKÉ DEFORMACE	20
3.1.2	CYKlickÝ VALIVÝ KONTAKT	20
3.2	PRAVIDLA ZPEVNĚNÍ	24
<u>4</u>	<u>VLASTNOSTI MATERIÁLU</u>	<u>25</u>
4.1	CYKlickÁ DEFORMAČNÍ KŘIVKA	25
<u>5</u>	<u>VÝPOČET PŘÍTLAČNÉ SÍLY</u>	<u>28</u>
5.1	VÝPOČET TLAKU Z PŘÍTLAČNÉ SÍLY	29
5.2	VÝPOČET POLOOSY KONTAKTNÍ ELIPSY.....	29
5.3	VÝPOČET SMYKOVÉHO NAPĚTÍ.....	30
<u>6</u>	<u>NUMERICKÉ ŘEŠENÍ VALIVÉHO KONTAKTU</u>	<u>31</u>
6.1	POUŽITÝ SOFTWARE.....	31
6.2	ROZMĚRY MODELU	31
6.3	POUŽITÝ TYP ELEMENTŮ.....	32
6.4	OKRAJOVÉ PODMÍNKY	33
6.5	KONTAKTY V MODELU	34
6.6	ŘEŠENÍ PRO LINEÁRNÍ VÝPOČET.....	35
6.7	ŘEŠENÍ PRO NELINEÁRNÍ VÝPOČET	37
<u>7</u>	<u>ÚNAVOVÉ NAMÁHÁNÍ</u>	<u>40</u>
7.1	OBLASTI ÚNAVY	40
7.2	ÚNAVOVÝ LOM.....	41

8	<u>ROZBOR ŘEŠENÍ NÍZKOCYKLOVÉ ÚNAVY PŘI KONSTANTNÍM ROZKMITU DEFORMACE.....</u>	<u>43</u>
9	<u>MULTIAXIÁLNÍ ÚNAVA.....</u>	<u>48</u>
9.1	MECHANISMUS ÚNAVOVÉHO POŠKOZENÍ	48
9.2	PŘÍSTUP EFEKTIVNÍ DEFORMACE.....	49
9.3	PŘÍSTUP KRITICKÉ ROVINY	50
9.3.1	DEFORMAČNÍ PŘÍSTUP KRITICKÉ ROVINY	50
9.3.2	BROWN-MILLEROVO KRITÉRIUM.....	50
9.3.3	WANG-BROWNOVO KRITÉRIUM	50
9.3.4	SHANG-WANGOVO KRITÉRIUM.....	51
9.4	DEFORMAČNĚ-NAPĚŤOVÉ PŘÍSTUPY KRITICKÉ ROVINY.....	51
9.4.1	KRITÉRIUM FATEMI-SOCIE	51
10	<u>ŘEŠENÍ MULTIAXIÁLNÍ ÚNAVY.....</u>	<u>53</u>
10.1	NUMERICKY	53
10.1.1	VÝPOČET ROZKMITU MAXIMÁLNÍ SMYKOVÉ DEFORMACE	56
10.1.2	VÝPOČET MAXIMÁLNÍHO NORMÁLOVÉHO NAPĚTÍ	57
10.2	ITERAČNÍ ŘEŠENÍ	57
10.2.1	FATEMI – SOCIE	58
10.2.2	SMYKOVÁ NAPĚTÍ	59
10.2.3	WANG-BROWN	60
11	<u>SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ</u>	<u>62</u>
12	<u>ZÁVĚR</u>	<u>63</u>
13	<u>LITERATURA.....</u>	<u>65</u>

Seznam použitých symbolů a označení

a	<i>poloosa kontaktní elipsy</i>	$[mm]$
b	<i>exponent únavové pevnosti</i>	$[1]$
c	<i>exponent únavové tažnosti</i>	$[1]$
D	<i>průměr válce</i>	$[mm]$
E	<i>modul pružnosti v tahu</i>	$[MPa]$
E^*	<i>redukovaný modul pružnosti v tahu</i>	$[MPa]$
f	<i>součinitel smykového tření</i>	$[1]$
i_2	<i>druhý invariant tenzoru napětí</i>	$[MPa^2]$
K'	<i>koeficient cyklické pevnosti</i>	$[MPa]$
k_e	<i>mez kluzu ve smyku</i>	$[MPa]$
$2N_f$	<i>počet půlcyklů do lomu</i>	$[1]$
$2N^*$	<i>počet půlcyklů do lomu bez uvážení středního napětí</i>	$[1]$
$2N_M$	<i>počet půlcyklů na mezi stability statické deformační křivky</i>	$[1]$
$2N_T$	<i>tranzitní počet půlcyklů</i>	$[1]$
n'	<i>exponent cyklické pevnosti</i>	$[1]$
P'	<i>zátěžná síla na jednotku délky</i>	$[Nmm^{-1}]$
P_{Re}	<i>zátěžná síla (na jednotku délky) na mezi kluzu</i>	$[Nmm^{-1}]$
P_S	<i>zátěžná síla (na jednotku délky) na mezi přizpůsobení materiálu plastické deformaci</i>	$[Nmm^{-1}]$
$p(x)$	<i>kontaktní tlak</i>	$[MPa]$
p_0, p_{max}	<i>maximální Hertzův tlak</i>	$[MPa]$
$p_{0(Re)}$	<i>mezí hodnota tlaku</i>	$[MPa]$

R	<i>redukovaný poloměr křivosti</i>	$[mm]$
R_1, R_2	<i>poloměry křivosti dotykových těles</i>	$[mm]$
R_e	<i>mez kluzu v tahu</i>	$[MPa]$
$R_{p0,2}$	<i>smluvní mez kluzu v tahu</i>	$[MPa]$
R_m	<i>mez pevnosti v tahu</i>	$[MPa]$
Z	<i>příčná kontrakce</i>	$[\%]$
ε	<i>poměrná deformace</i>	$[1]$
ε_{ac}	<i>amplituda celkové deformace</i>	$[1]$
ε_{ae}	<i>amplituda elastické deformace</i>	$[1]$
ε_{ap}	<i>amplituda plastické deformace</i>	$[1]$
ε_f'	<i>únavová tažnost</i>	$[1]$
ε_i	<i>intenzita deformace</i>	$[1]$
μ	<i>Poissonovo číslo</i>	$[1]$
σ	<i>normální napětí</i>	$[MPa]$
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	<i>hlavní napětí</i>	$[MPa]$
$(\sigma)_r$	<i>reziduální napětí</i>	$[MPa]$
$(\sigma)_a$	<i>amplituda napětí</i>	$[MPa]$
σ_a	<i>amplituda napětí</i>	$[MPa]$
σ_d	<i>dolní napětí cyklu</i>	$[MPa]$
σ_h	<i>horní napětí cyklu</i>	$[MPa]$
σ_c	<i>mez únavy v symetrickém střídavém tahu-tlaku</i>	$[MPa]$
σ_f'	<i>únavová pevnost</i>	$[MPa]$
σ_i	<i>intenzita napětí</i>	$[MPa]$
σ_m, σ_S	<i>střední napětí</i>	$[MPa]$
$\sigma_{R_{HMH}}$	<i>redukované napětí dle hypotézy HMH</i>	$[MPa]$
τ_{\max}	<i>maximální smykové napětí</i>	$[MPa]$

$\Delta\bar{\gamma}$	<i>rozkmít ekvivalentní smykové deformace</i>	[1]
$\Delta\gamma_{\max}$	<i>maximální rozkmít smykové deformace</i>	[1]
$\Delta\varepsilon_n$	<i>rozkmít normálové deformace na rovině max. smyku</i>	[mm]
τ_c	<i>mez únavy v pulsujícím krutu</i>	[MPa]
σ_{nm}	<i>střední normálové napětí na rovině maximálního smyku</i>	[MPa]
$\sigma_{n,\max}$	<i>maximální normálové napětí na kritické rovině</i>	[MPa]
G	<i>modul pružnosti ve smyku</i>	[MPa]
τ_f'	<i>součinitel únavové pevnosti ve smyku</i>	[MPa]
b_γ	<i>exponent únavové pevnosti ve smyku</i>	[1]
γ_f'	<i>součinitel únavové tažnosti ve smyku</i>	[MPa]
c_γ	<i>exponent únavové tažnosti ve smyku</i>	[1]
$\Delta\varepsilon_{l,2}$	<i>rozkmít celkové deformace</i>	[1]

1 Úvod

Cyklický valivý kontakt vzniká tam, kde se po sobě odvalují dvě nebo i více zakřivených těles. S tímto velmi častým problémem se setkáváme u kontaktu kola s kolejnicí na železnici, ozubených převodů, vaček, kladek, valivých ložisek, apod. Tyto části jsou namáhány tzv. kontaktní únavou. Projevuje se vydrolováním materiálu z povrchu při současném vzniku důlků (pitting) v důsledku vzniku mikroskopických trhlin v blízkosti povrchů těles. Tato únava je ovšem nežádoucí z důvodu menší životnosti součástí a proto se ji snažíme minimalizovat. Ještě navíc bývají valivé elementy často zatíženy nad mezí úměrnosti materiálu a v důsledku toho dochází k plastické deformaci a ke vzniku reziduálních napětí.

Proces porušování u kontaktních úloh je jiný než u procesu vyvolaného silovým tokem v tělesech. Kontaktní únavou nazýváme poškození povrchu, ke kterému dochází při opakovaném místním zatížení. U kontaktních úloh vznikají v místě zatížení vysoké místní tlaky a také trojosá napjatost. Vysoké koncentrace napětí vyvolávají plastickou deformaci, kdy je v místě dotyku překročena mez kluzu materiálu. Tato práce se zabývá kontaktní únavou v oblasti nízko cyklové únavy při trojosé napjatosti.

Při kontaktní únavě mají na porušení těles rozhodující vliv tyto faktory:

- Bodový nebo přímkový dotyk těles
- Vzájemný pohyb dotýkajících se těles
- Materiály, dotýkajících se těles a jejich vzájemná tvrdost
- Drsnost povrchu, metalografická struktura a mikrostruktura
- Vady povrchu
- Reziduální napětí
- Rozložení tlaku v dotýkajících se tělesech
- Podpovrchové koncentrátoři napětí způsobené např. vměstky aj.
- Podpovrchové vrstvy – vrstvy tuhého nebo tekutého maziva
- Okolní prostředí

Kontaktní únava se v praxi vyšetřuje experimentálně a to tak, že se na zkušebních strojích simulují provozní podmínky, anebo numerický. Rozvoj nových numerických metod (MKP-metoda konečných prvků) nám umožňuje sestavování těchto matematických modelů, kterými

lze stanovit rozložení napětí a deformace v okolí kontaktu těles. Přesto není výpočet únavové životnosti při tomto kontaktním namáhání stále vyřešen. Hlavním problémem je obtížnost řešení nelineárních rovinných a prostorových úloh a také stanovení hysterezí smyčky pro případ víceosé napjatosti, ze které by bylo možno vyhodnotit životnost součástí.

1.1 Cíl práce

Předmětem této práce je provést pomocí metody konečných prvků analýzu napěťových a deformačních poměrů při valivém kontaktu těles (pro případ ocelové pásnice, po které se odvaluje válec) v elasto-plastické oblasti. Dále popsat metodiku stanovení životnosti v kontaktní únavě. Poté uvést metody zahrnující vliv středního napětí na životnost součástí a získané výsledky z těchto metod následně porovnat. Také je nutno stanovit sílu, při které dochází k ustáleným plastickým deformacím.

1.2 Současný stav řešené problematiky

První matematický popis problematiky kontaktu těles provedl roku 1882 německý fyzik H. R. Hertz, kdy shrnuje problematiku suchého statického kontaktu dvou nekonformních hladkých těles, jež se deformují pouze elasticky. Pokud jsou v kontaktu dvě elasticky se deformující tělesa zatížená normálovou silou, dochází k vytvoření kontaktní oblasti, jejíž velikost je nelineárně úměrná k zatížení. Při řešení inženýrských činností je důležité znát nejen velikost kontaktní oblasti, ale také velikost a distribuci tlaku. V Hertzově kontaktu má tlak parabolický tvar a jeho největší hodnota je spojnicí středů dotýkajících se těles.

V průběhu dalšího vývoje byl na tomto základě vyřešen i stav napjatosti a deformace v okolí kontaktu.

Kontaktní úlohy pro Hertzovu teorii musí splňovat tyto podmínky:

- Tělesa jsou homogenní a izotropní. Deformace se řídí Hookeovým zákonem
- Kontaktní povrchy jsou bez tření
- Rozměry deformované kontaktní plošky jsou vzhledem k rozměrům těles malé
- Kontaktní povrchy jsou spojitě a geometrie mohou být vyjádřeny polynomem druhého stupně

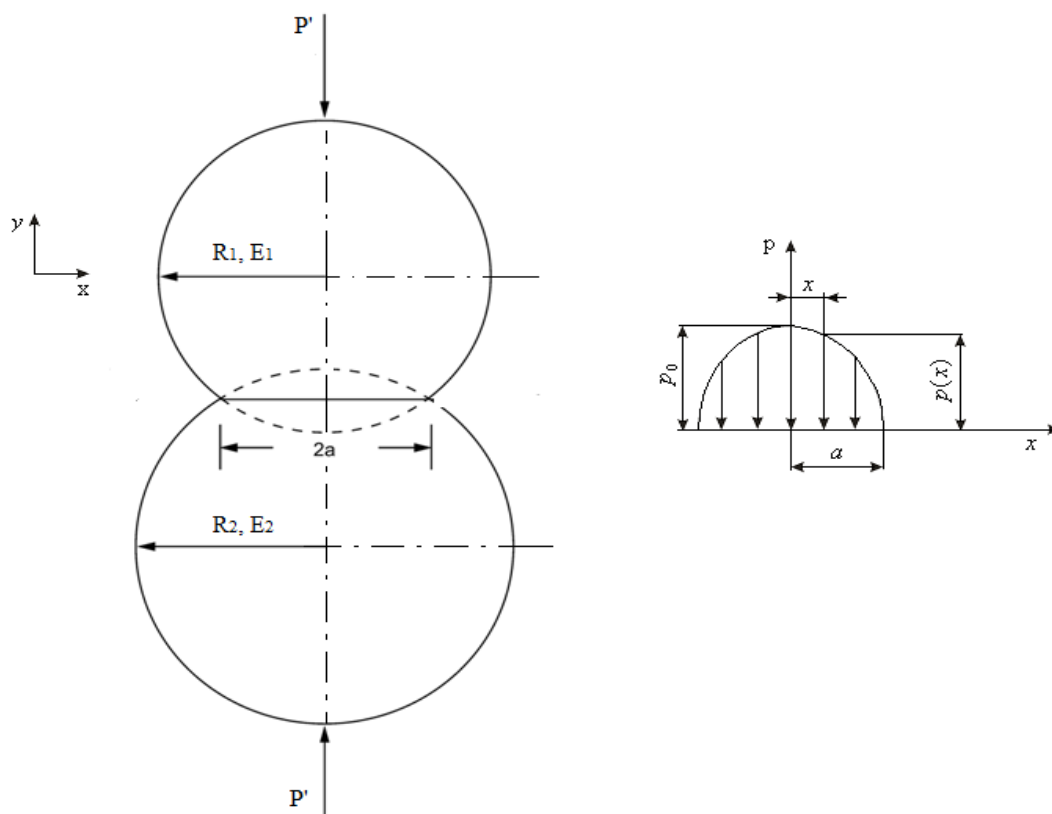
Zatížení nad mezí kluzu materiálu nejsou analyticky řešitelná a musí být dohledána numerickými metodami nebo experimentálně. Ovšem v dnešní době umožňuje problematiku nelineárních kontaktních úloh řešit velmi spolehlivě metoda konečných prvků.

Určování životnosti tělesa v kontaktní únavě je založeno na experimentech a srovnání obdobných problémů.

2 Analytické řešení kontaktních úloh

2.1 Přímkový kontakt těles

V případě válců o poloměru R_1 a R_2 , které jsou k sobě přitlačovány zatížením P' , je elastické řešení dáno Hertzem (např. [1],[2]). Tato teorie se vztahuje k velikosti kontaktního tlaku, elastického tlakového zatížení, geometrií a elastických modulů.



Obr. 2.1. Rozložení tlaku

Dotykovou plochou je úzký obdélník, kde poloviční šířka tohoto obdélníku je dána rovnicí:

$$a = \left(\frac{4 \cdot P' \cdot R}{\pi \cdot E^*} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

Rozložení tlaku v kontaktu nabývá výrazu:

$$p(x) = p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.2)$$

kde p_0 je maximální hodnotu Hertzova tlaku v centru kontaktu. Dále zavedeme redukovaný modul pružnosti v tahu E^* a redukovaný poloměr křivosti R :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \quad (2.3)$$

a

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2.4)$$

po úpravě dostaneme vztah mezi maximálním tlakem p_0 silou na jednotku délky P' a poloviční šířkou kontaktu a , který je dán výrazem:

$$p_0 = \frac{2 \cdot P'}{\pi \cdot a} = \left(\frac{P' \cdot E^*}{\pi \cdot R} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

Výše uvedené vztahy jsou řešením u dvourozměrného Hertzova kontaktu. Stanovují základní formulace ve výpočtu kontaktních napětí.

Pro složky napětí v bodech na ose y můžeme napsat [1]:

$$\sigma_x = -\frac{p_0}{a} \left[(a^2 + 2 \cdot y^2) (a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} - 2 \cdot y \right] \quad (2.6)$$

$$\sigma_y = -p_0 \cdot a (a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.7)$$

Obě uvedená napětí jsou napětí hlavní a můžeme z nich určit maximální smykové napětí:

$$\tau_1 = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} = \frac{p_0}{a} \left[y - y^2 (a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (2.8)$$

Toto napětí nabývá maximální hodnoty pro $y = 0,78 \cdot a$, odkud:

$$\tau_{1\max} = 0,3 \cdot p_0 \quad (2.9)$$

2.2 Počátek plastických deformací – kontakt nepružných těles

Zatížení, při kterém je dosaženo počátku plastického stavu se určuje z meze kluzu v tahu R_e nebo ve smyku k_e .

Mez kluzu ve smyku k_e lze stanovit z meze kluzu v tahu R_e pomocí následujících kritérií:

a) Misesova podmínka plasticity

$$\tau_k = \frac{R_e}{\sqrt{3}} \quad (2.10)$$

b) Pomocí Guestovy hypotézy

$$\max[|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_3|] = 2 \cdot k_e = R_e \quad (2.11)$$

c) Vliv středního napětí σ_s v závislosti na podmínce plasticity:

$$\max[|\sigma_1 - \sigma_s|, |\sigma_2 - \sigma_s|, |\sigma_3 - \sigma_s|] = k_e = \frac{2}{3} \cdot R_e \quad (2.12)$$

kde platí, že:

$$\sigma_s = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2.13)$$

2.3 Stanovení hodnoty zatížení, po jejímž překročení dochází k plastickým deformacím

2.3.1 Kontakt válců

Použití Guestovy hypotézy což je hypotéza maximálního smykového napětí, dostaneme, že:

$$\tau_{\max} \leq k_e \quad (2.14)$$

Maximální smykové napětí dle vztahu (viz. 2.8), nabývá hodnoty:

$$\tau_{\max} = \tau_1 = 0,3 \cdot p_0 = k_e = \frac{R_e}{2} \quad (2.15)$$

kde meznou hodnotu tlaku $p_{0(R_e)}$ lze určit vztahem:

$$p_{0(R_e)} = 3,3 \cdot k_e = 1,67 \cdot R_e \quad (2.16)$$

Při použití Misesovy hypotézy je třeba určit třetí hlavní napětí. Pro případ rovinné deformace je:

$$\sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y) = -\mu \cdot p_0 \left\{ \left[\frac{1}{a} (a^2 + 2 \cdot y^2) \cdot (a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{2 \cdot y}{a} \right] + a (a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (2.17)$$

Druhý invariant deviatoru napětí nabývá maximální hodnoty pro hloubku $y = 0,7 \cdot a$, kde složky napětí v této hloubce budou:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -0,22 \cdot p_0 \\ \sigma_y &= -0,312 \cdot p_0 \\ \sigma_z &= -0,819 \cdot p_0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Druhý invariant nabude hodnoty:

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] = \\ &= \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2] = 1,04 p_0^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Mezní hodnotu zatížení určíme z podmínky:

$$i_2 = 1,04 \cdot p_{0(R_e)}^2 = k_e^2 = \frac{R_e^2}{3} \quad (2.20)$$

a pak po úpravě dostaneme:

$$p_{0(R_e)} = 3,1 \cdot k_e = 1,79 \cdot R_e \quad (2.21)$$

Rovnice (2.13) bude nabývat maximálního výrazu pro $y = 0,67 \cdot a$

Po úpravě dostaneme:

$$\sigma_1 - \sigma = \frac{2}{3} \cdot R_e \quad (2.22)$$

$$p_0 = 2,7 \cdot k_e = 1,8 \cdot R_e \quad (2.23)$$

Ze vztahů (2.21 – 2.24) je zřejmé, že kontaktní tlak, který způsobuje počátek plastické deformace, není příliš závislý na použité hypotéze pevnosti.

Velikost zatížení na jednotku délky, při kterém dochází ke vzniku plastických deformací lze určit z rovnice (2.5):

$$p_{0(R_e)} = p_{0(R_e)}^2 \cdot \frac{\pi \cdot R}{E^*} \quad (2.24)$$

3 Mechanismus plastické deformace povrchových a podpovrchových vrstev

Pro tvárné materiály platí, že iniciace mikrotrhlin je řízená lokální plastickou deformací.

V počátečních cyklech zatížení může dojít k přerušení růstu plastických deformací a dojít k přechodu k čistě elastickému chování, tento jev nazýváme jako přizpůsobení.

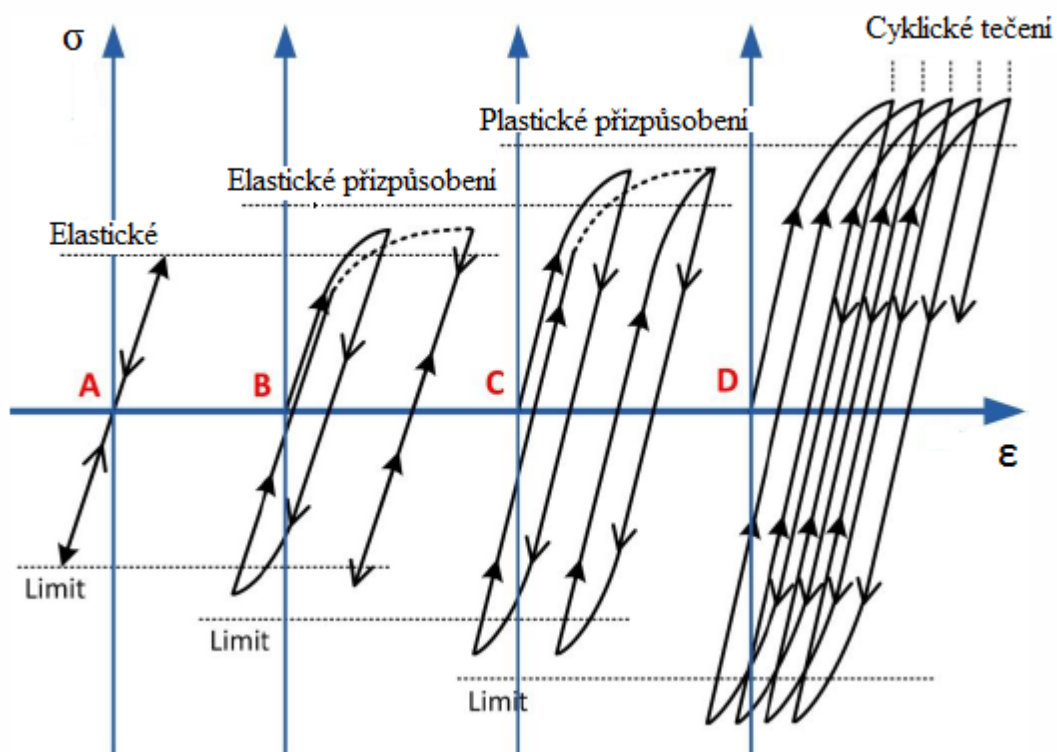
Příčinou přerušení růstu plastických deformací může být:

- vznik zbytkových napětí
- deformační zpevnění materiálu
- změna geometrických rozměrů těles v místě dotyku

Chování materiálu rozdělujeme do 4 skupin v závislosti na velikosti zatížení:

- A) Dokonalé pružné (elastické) – mez úměrnosti není překročena v žádném ze zátěžných cyklů (obr. 3.1).
- B) Elastické přizpůsobení – plastická deformace se projevuje v prvních cyklech zatížení a dalších cyklech je dosaženo elastického stavu (obr. 3.1). Může dojít k porušení vysoko cyklovou únavou.

- C) Cyklická plasticita – toto chování je charakteristické uzavřenou elasticko-plastickou křivkou napětí deformace (hysterezní smyčkou), což vede k porušení nízko cyklovou únavou (obr. 3.1).
- D) Cyklické tečení – postupným narůstáním plastické deformace může dojít až k vyčerpání plastických vlastností materiálu (obr. 3.1). Vznik tečení je podmíněn nesymetrií cyklického zatížení (nenulovým střením napětím)



Obr. 3.1. Chování materiálu: dokonale pružné (A), elastické přizpůsobení (B), cyklická plasticita (C), cyklické tečení (D)

3.1 Pružně plastické materiály (přizpůsobení)

Tělesa jsou absolutně pružná do kritické veličiny, která určuje počátky plastických deformací: R_e - při prostém tahu (tlaku), k_e - při prostém smyku. Po dosažení mezní hodnoty se tělesa deformují jako ideálně plastická.

3.1.1 Počátek plastické deformace

Při valivém kontaktu se napětí určuje podle Hertzovy teorie a to v případě, jsou-li pružné vlastnosti obou těles stejné. Vliv v rozdílu pružných konstant na pružně-plastické chování je v obecném případě malý a můžeme ho zanedbat. Počátek plastické deformace vzniká v případě, když maximální kontaktní tlak dosáhne hodnoty $p_0 = c \cdot R_e$.

3.1.2 Cyklický valivý kontakt

U valivých kontaktů, je kontaktní povrch cyklicky zatěžován. Pokud při prvním cyklu dojde k překročení mezi pružnosti, dochází ke vzniku prvních plastických deformací. Po odstranění zatížení tedy po odlehčení zůstanou v materiálu zbytková napětí, která ovšem mají opačnou znaménka a proto se odečítají od napětí, která vznikají v dalších cyklech. Zbytková napětí zmenšují pravděpodobnost růstu plastických deformací v dalších cyklech zatížení. U některých případů nabydou zbytková napětí po několika zátěžných cyklech takových hodnot, že v dalších cyklech bude probíhat deformace v pružné oblasti.

Tento způsob je znám jako přizpůsobení (shakedown) při cyklicky opakovaném zatížení, kdy počáteční plastické deformace vyvolávají zbytková napětí, která později zabezpečují cyklické pružné deformace.

Předpokládáme-li, že se jde o rovinnou deformaci, potom složky $(\tau_{xy})_r$ a $(\tau_{yz})_r$ jsou nulové a ostatní složky zbytkových napětí nezávisí na z . Zbytková napětí jsou v rovnováze s působícím zatížením, jestliže jsou napětí $(\sigma_y)_r$ a $(\tau_{yx})_r$ rovná nule.

Systém zbytkových napětí vede k tomuto řešení:

$$\begin{aligned} (\sigma_x)_r &= f_1(y) ; (\sigma_y)_r = f_2(y) \\ (\sigma_z)_r &= (\tau_{xy})_r = (\tau_{yz})_r = (\tau_{zx})_r = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Hlavní napětí, vyjádřena kombinací zbytkových a kontaktních napětí, jsou dána následujícími výrazy:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \{ \sigma_x + (\sigma_x)_r + \sigma_y \} + \frac{1}{2} \left[\{ \sigma_x + (\sigma_x)_r - \sigma_y \}^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \{ \sigma_x + (\sigma_x)_r + \sigma_y \} - \frac{1}{2} \left[\{ \sigma_x + (\sigma_x)_r - \sigma_y \}^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

$$\sigma_3 = \mu \{ \sigma_x + (\sigma_x)_r + \sigma_y \} + (\sigma_z)_r \quad (3.4)$$

K plastickým deformacím nebude docházet pokud dle Guestovy hypotézy:

$$\frac{1}{4} (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \leq k_e^2 \quad (3.5)$$

Dosazením dostaneme:

$$\frac{1}{4} \{ \sigma_x + (\sigma_x)_r - \sigma_y \}^2 + \tau_{yx}^2 \leq k_e^2 \quad (3.6)$$

Z analýzy výrazu (3.6) je patrné, že pro:

$$(\sigma_x)_r = \sigma_y - \sigma_x \quad (3.7)$$

je

$$\tau_{yx} \leq k_e \quad (3.8)$$

Smykové napětí τ_{yx} nabývá maximální hodnoty v bodě $x = 0,7 \cdot a$, $y = 0,5 \cdot a$ a je rovno:

$$\tau_{yx} = 0,25 \cdot p_0 \quad (3.9)$$

Po dosazení do rovnice (3.8) dostaneme:

$$p_0 \leq 4,0 \cdot k_e \quad (3.10)$$

Stejný výsledek rovněž dosáhneme použitím Misesovy podmínky plasticity. Zbytková napětí v hloubce $0,5 \cdot a$, která jsou nezbytná pro zabezpečení přizpůsobení lze určit výrazy [1]:

$$(\sigma_x)_r = -0,134 \cdot p_0 \quad ; \quad (\sigma_z)_r = -0,213 \cdot p_0 \quad (3.11)$$

Podle Misesovy hypotézy, veličina p_0 , odpovídající zatížení na mezi kluzu R_e je $p_0 = 3,1 \cdot k_e$. Jestliže stanovíme-li poměr zatížení P_S (na mezi přizpůsobení materiálu plastické deformaci) a P_{Re} (na mezi kluzu) dostaneme, že:

$$\frac{P_S}{P_{Re}} = \frac{(p_0)_s^2}{(p_0)_{Re}^2} = \frac{4^2}{3,1^2} = 1,66 \quad (3.12)$$

Ze vztahu (3.11) je zřejmé, že zatížení na mezi přizpůsobení musí být o 66 % větší, než zatížení, u kterého dochází k prvním plastickým deformacím.

Na (obr.3.2) je diagram udávající vztah maximálního Hertzova tlaku p_0 k mezi kluzu materiálu ve smyku k_e v závislosti na součiniteli tření f .

Pro materiál ideálně pružně plastický, kde mez kluzu k_e je konstantní, byla mez přizpůsobení určena použitím Melanova teorému Johnsonem a Jefferisem [1] - křivka B. Později našel Belyakov stejnou hodnotu použitím Koiterova kinematického teorému ($f < 0,3$), čímž stanovil křivku B jako přesnou a dokázal, že dojde k růstu plastické deformace, jestliže tato mez bude překročena. Oblast cyklické plasticity je vyloučena [1].

Podle Melanova teorému vychází určení meze přizpůsobení z rozložení napětí. Jedná-li se o čisté odvalování ($f = 0$), bude maximální smykové napětí τ_{yx} v hloubce $0,5 \cdot a$ pod povrchem (viz 3.9) a mezní podmínka je dána vztahem:

$$p_0 = 4,0 \cdot k_e \quad (3.13)$$

Přesáhne-li součinitel tření f hodnotu 0,33, pak body, ve kterých smyková napětí nabývají maximálních hodnot, budou ležet na povrchu. Maximální smykové napětí je dáno vztahem [1]:

$$\tau_1 = \frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = f \cdot p_0 \quad (3.14)$$

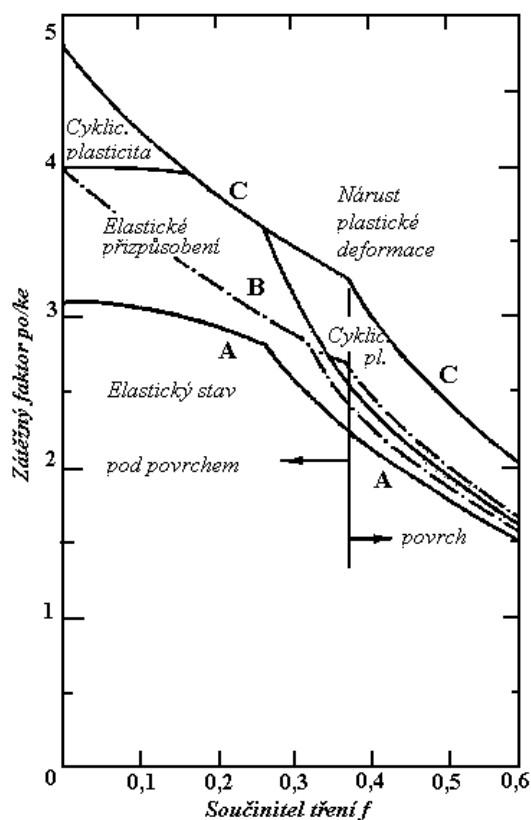
A pro:

$$\tau_1 \leq k_e \quad (3.15)$$

dostaneme:

$$p_0 = \frac{k_e}{f} \quad (3.16)$$

Tato rovnice definuje mez přizpůsobení pro $f > 0,33$



Obr.3.2 Mez přizpůsobení valivého a klzného přímkového kontaktu

- A) Mez elasticity
- B) Mez přizpůsobení, ideální pružně plastický materiál
- C) Kompozitní kinematické zpevnění – Ponterův model

3.2 Pravidla zpevnění

U ideálně pružně plastického materiálu je plocha plasticity neměnná. Ovšem v případě skutečného materiálu se berou v potaz různá deformační zpevnění a může se měnit tvar i plocha plasticity. Vliv deformačního zpevnění na chování materiálu za nesymetrického zatížení při valivém kontaktu je složitým problémem, proto je lepší uvažovat jednoduché modely, které jsou srovnatelné se způsobem deformace [3]:

- a) Izotropně zpevňující materiál - mění se hodnota okamžité meze kluzu. Takový model zanedbává „Bauschingerův efekt“. Proto je vhodný k popisu cyklického chování.
- b) Kinematický zpevňující materiál – plocha plasticity nemění svou velikost, ale dochází k posunu v prostoru hlavních napětí. Z toho vyplývá, že mez kluzu v tlaku je menší než v tahu, tento jev se nazývá „Bauschingerův efekt“.
- c) Kombinované – v prostoru hlavních napětí obecně dochází k posouvání i k změně velikosti plochy plasticity
- d) Nelineárně zpevňující kinematický model – vykazuje možnost cyklického tečení nebo nárůst plastických deformací v nesymetrickém cyklu napětí.

4 Vlastnosti materiálu

Pro výpočet bude použit materiál pásnice a válce ocel 15 219, která má chemické složení: 0,08% C, (1,5-1,8)% Mn, (0,28-0,38)% Mo, (0,04-0,08)% Nb, 0,015% Al, 0,45% Si, 0,02% P, 0,01% S.

Základní a únavové vlastnosti byly řešeny Ústavem fyzikální metalurgie ČAV v Brně. Hodnoty základních mechanických a únavových vlastností jsou následující [4]:

Mez pevnosti	$R_m = 690 \text{ MPa}$
Smluvní mez kluzu	$R_{p0,2} = 470 \text{ MPa}$
Příčná kontrakce	$Z = 71,5 \%$
Mez únavy pro 1×10^7 cyklů a symetrický střídavý cyklus	$\sigma_C = 290 \text{ MPa}$
Koeficient cyklické pevnosti	$K' = 1050 \text{ MPa}$
Exponent cyklické pevnosti	$n' = 0,1304$
Únavová pevnost materiálu	$\sigma_f' = 1020 \text{ MPa}$
Exponent únavové pevnosti	$b = -0,08432$
Únavová tažnost materiálu	$\varepsilon_f' = 0,7188$
Exponent únavové tažnosti	$c = -0,6337$

4.1 Cyklická deformační křivka

Cyklická deformační křivka, která odpovídá ustálenému chování materiálu při opakovaném zatížení můžeme vyjádřit vztahem:

$$\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} \quad (4.1)$$

kde ε_{ac} značí amplitudu celkové deformace, ε_{ae} amplitudu elastické deformace a ε_{ap} amplitudu plastické deformace.

Amplitudu elastické deformace je počítána z Hookeova zákona:

$$\varepsilon_{ae} = \frac{\sigma_a}{E} \quad (4.2)$$

a amplitudu plastické deformace se počítá ze vztahu:

$$\sigma_a = K' \cdot \varepsilon_{ap}^{n'} \quad (4.3)$$

Analýzou materiálu pásnice byl stanoven experimentálně koeficient cyklické pevnosti $K' = 1050 \text{ MPa}$ a exponent cyklické pevnosti $n' = 0,1304$ [4].

$$\varepsilon_{ap} = \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (4.4)$$

Dosazením do rovnice (4.1) dostaneme:

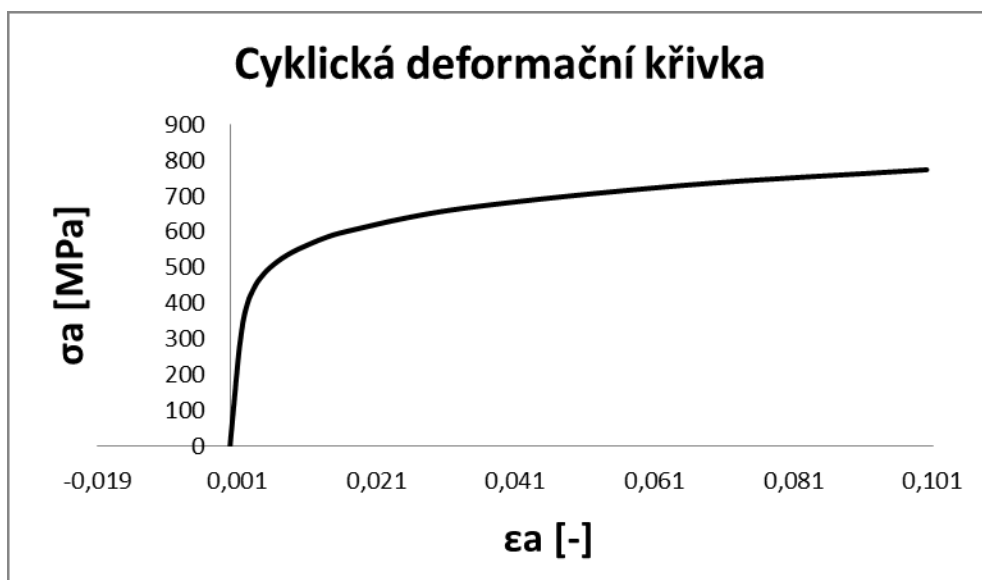
$$\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (4.5)$$

Cyklická deformační křivka je v mém případě popsána 19 hraničními body, které se vypočítají ze vztahu (4.5), (Tab.1).

σ_a [MPa]	ε_{ae}	ε_{ap}	ε_{ac}
0	0,00	0,00	0,00
100	4,76E-04	1,48E-08	4,76E-04
150	7,14E-04	3,31E-07	7,15E-04
200	9,52E-04	3,00E-06	9,55E-04
275	1,31E-03	3,45E-05	1,34E-03
340	1,62E-03	1,76E-04	1,79E-03
350	1,67E-03	2,19E-04	1,89E-03
370	1,76E-03	3,36E-04	2,10E-03
405	1,93E-03	6,72E-04	2,60E-03
420	2,00E-03	8,88E-04	2,89E-03

450	2,14E-03	1,51E-03	3,65E-03
470	2,24E-03	2,10E-03	4,34E-03
500	2,38E-03	3,38E-03	5,76E-03
535	2,55E-03	5,68E-03	8,23E-03
570	2,71E-03	9,23E-03	1,19E-02
600	2,86E-03	1,37E-02	1,65E-02
665	3,17E-03	3,01E-02	3,33E-02
730	3,48E-03	6,16E-02	6,50E-02
774	3,69E-03	9,64E-02	1,00E-01

Tab. 1 Hraniční body cyklické deformační křivky



Obr. 4.1 Výsledná cyklická deformační křivka

5 Výpočet přitlačné síly

Při výpočtu síly musí být dosaženo toho, aby došlo k cyklické plasticitě. Tedy je důležité, aby byl odhadnut kontaktní tlak (přitlačná síla).

Pro ideálně plastický materiál je v [1] odvozen vztah pro maximální Hertzův tlak p_0 , který musí být alespoň $p_0 = p_{\max} \geq 4 \cdot k_e$, aby nedošlo k přizpůsobení.

$$p_0 = p_{\max} = 4 \cdot k_e = 4 \cdot \frac{R_{p0,2}}{\sqrt{3}} = 1080 \text{ MPa} \quad (5.1)$$

V případě, kdy je jeden z průměrů nekonečně velký, nastává dotyk válce s rovinnou plochou a maximální tlak p_{\max} :

$$p_{\max} = 0,59 \cdot \sqrt{\frac{P' \cdot E}{d}} \quad (5.2)$$

kde P' je tlaková síla na jednotku délky, E modul pružnosti. Maximální tlak můžeme také rozepsat jako:

$$p_{\max} = p_0 = 4 \cdot k_e = 0,59 \cdot \sqrt{\frac{P' \cdot E}{D}} \quad (5.3)$$

kde k_e je mez kluzu ve smyku vyjádřená ze smluvní meze kluzu v tahu $R_{p0,2}$ dle hypotézy HMM:

$$k_e = \frac{R_{p0,2}}{\sqrt{3}} = \frac{470}{\sqrt{3}} = 270 \text{ MPa} \quad (5.4)$$

Umocnění tvaru (5.3) vznikne rovnice:

$$16 \cdot k_e^2 = 0,59^2 \cdot \frac{P' \cdot E}{D} \quad (5.5)$$

po úpravě rovnice (5.5) dostáváme rovnici pro tlakovou sílu na jednotku délky:

$$P' = \frac{16 \cdot k_e^2 \cdot D}{0,59 \cdot E} \quad (5.6)$$

a po dosazení hodnot dostáváme velikost tlakové síly na jednotku délky:

$$P' = \frac{16 \cdot 270^2 \cdot 120}{0,59^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5} \quad (5.7)$$

$$P' = 1914,72 \text{ } Nmm^{-1} \approx 1915 \text{ } Nmm^{-1} \quad (5.8)$$

Přítlačná síla na jednotku délky vyšla $1915 \text{ } Nmm^{-1}$. Ovšem pro mé účely byla síla zvětšena na $2500 \text{ } Nmm^{-1}$.

5.1 Výpočet tlaku z přítlačné síly

Dosazením do vzorce (5.3) dostaneme hodnotu maximálního Hertzova tlaku:

$$p_{\max} = p_0 = 4 \cdot k_e = 0,59 \cdot \sqrt{\frac{P' \cdot E}{D}} = 0,59 \cdot \sqrt{\frac{2500 \cdot 210000}{120}} = 1255 \text{ } MPa \quad (5.9)$$

5.2 Výpočet poloosy kontaktní elipsy

Poloosa kontaktní elipsy bude:

$$a = 2,15 \cdot \sqrt{\frac{P' \cdot D}{E}} \quad (5.10)$$

a po dosazení odhadnuté zátěžné síly P' bude:

$$a = 2,15 \cdot \sqrt{\frac{2500 \cdot 120}{210000}} = 2,6 \text{ mm} \quad (5.11)$$

5.3 Výpočet smykového napětí

U výpočtu smykového napětí vycházíme ze vztahu (3.6):

$$\tau_{\max} = \tau_1 = 0,301 \cdot p_0 = 0,301 \cdot 1234 = 395 \text{ MPa} \quad (5.12)$$

6 Numerické řešení valivého kontaktu

6.1 Použitý software

Pro analýzu valivého kontaktu je použit software Patran 2011 s řešičem Marc 2010 a pro únavové výpočty je použit modul MSC Fatigue.

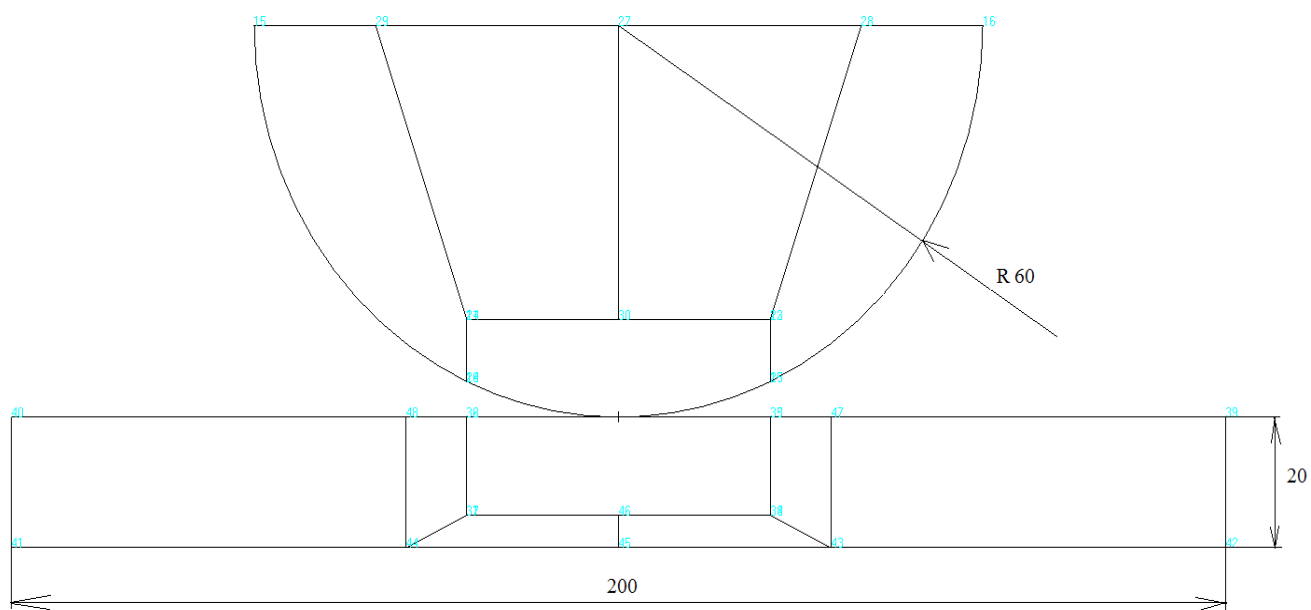
Patran je světově nejrozšířenější pre/post-processing software pro analýzu MKP, poskytující solidní modelování, síťování a nastavení analýzy pro MSC Nastran, Marc, Abaqus, LS-DYNA, ANSYS a další. Patran poskytuje bohatou sadu nástrojů, které usnadňují tvorbu modelů a analýz pro lineární, nelineární, explicitní dynamiku, tepelné a jiné MKP řešiče.

Marc je výkonný, univerzální a nelineární řešič pro analýzu metodou konečných prvků. Je vhodný pro řešení statických, dynamických a multi-fyzikální zatížení. Marc je vhodný pro modelování nelineárního chování materiálu, což je také v případě valivého kontaktu v elasto-plastické oblasti.

MSC Fatigue je únavový řešič, který umožňuje řešit celou škálu problému týkající se únavy a lomových poškození. Umí si poradit s celou řadou trhlin a různými metodami únavové životnosti pro statické a dynamické problémy jak v časové tak ve frekvenční oblasti.

6.2 Rozměry modelu

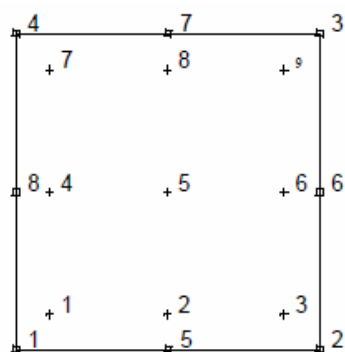
Válec, který se bude odvalovat má poloměr $R=60\text{ mm}$, a pásnice, po které se bude válec odvalovat má rozměry $200 \times 20\text{ mm}$. Rozměry modelu a také rozdělení ploch jsou patrné z (obr.6.1).



Obr. 6.1 Rozměry válce a pásnice

6.3 Použitý typ elementů

Celý model byl vymodelován jako 2D solid a tomu odpovídají elementy (11, 6, 27, 125). Jak pro válec tak pro pásnici byl volen typ elementu „Element 27“, což je element, který má 8 uzlů a 9 integračních bodů (obr.6.2). V této úloze byla pro Element 27 použita volba „plane strain“, zajišťující podmínku rovinné deformace. Také byla zavedena formulace elementu „AssumedStrain“, která udělá to, že do elementu přidá nějaký parametr např. tlak a nedochází tak ke smykovým zabrzděním. Elementu byla také nastavena jednotková tloušťka.



Obr. 6.2 Element 27

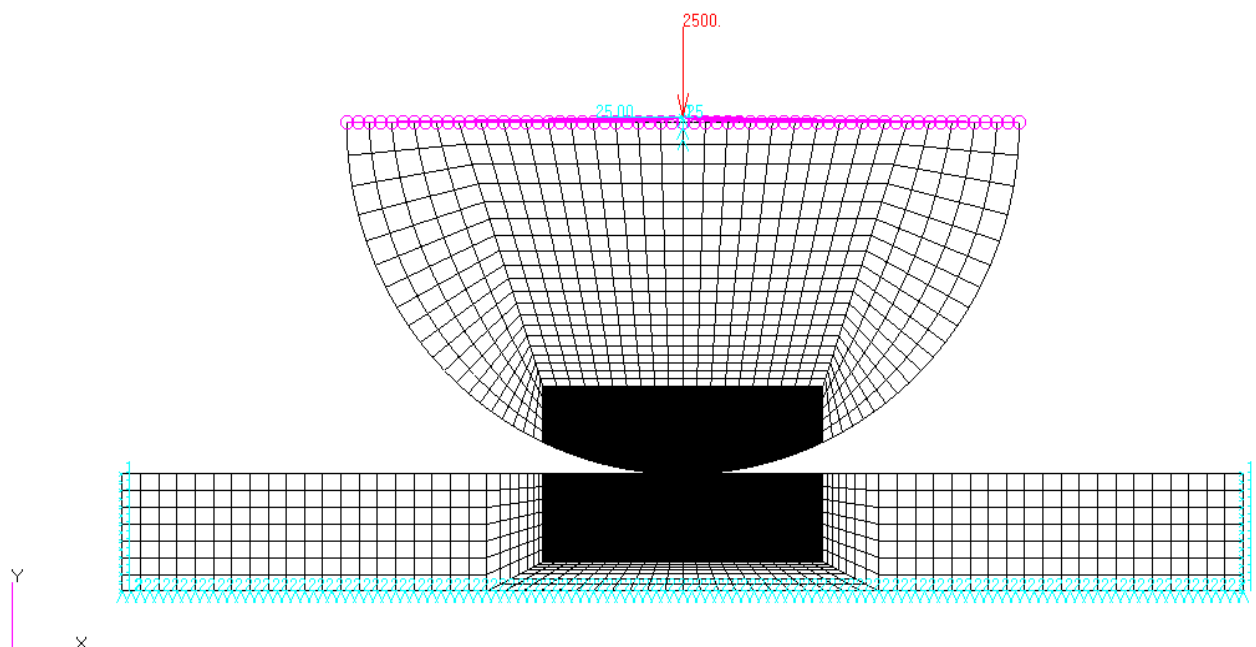
6.4 Okrajové podmínky

Důležité pro vyhodnocení jsou vrstvy materiálu, které jsou blízké povrchu, a proto je zvoleno tuhé uchycení spodní a boční základny pásnice a to ve směru osy y pro spodní uchycení pásnice a pro boční uchycení je zvoleno zamezení posuvu ve směru osy x . Také je zamezení posunutí v ose x středu válce. Nejdříve byl řešen výpočet pro lineární materiál a následně pro materiál nelineární.

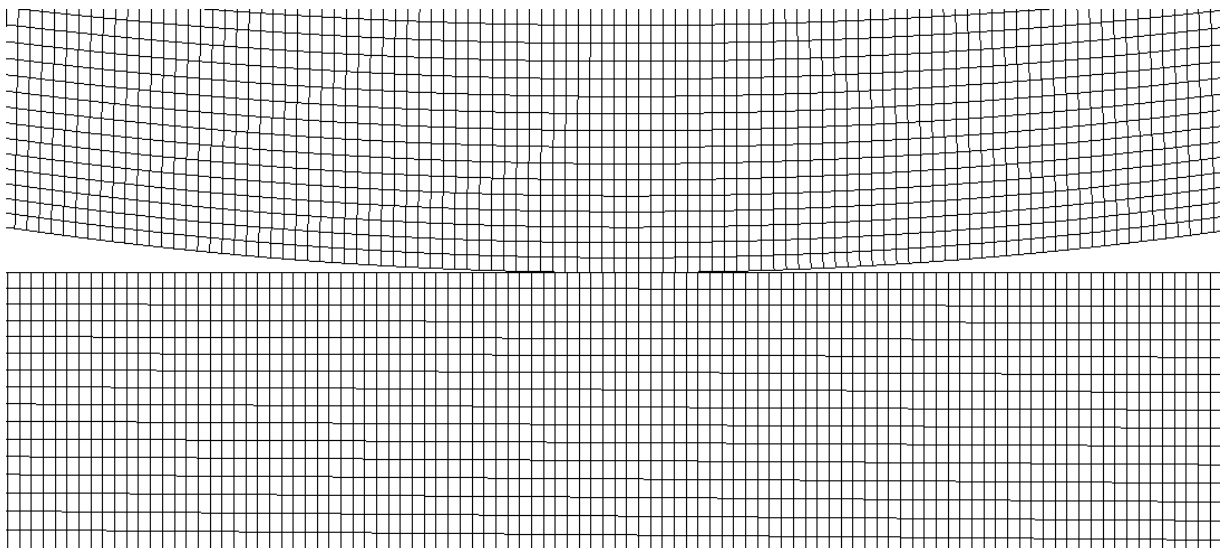
Dále byla použita funkce MPC (multi-point constraint) a to s prvky RBE2, které byly navázány a horní část válce (na uzly), kterého byla vymodelována pouze polovina. Prostřední uzel tohoto uchycení byl nastaven jako nezávislý (independent) a je na něj aplikována síla P' . Funkce MPC je její navázání je zobrazeno (obr.6.3) růžově.

Výpočet byl rozdělen do několika kroků:

- první krok – náběh na požadovanou hodnotu přítláčné síly P' (0-1 sec.)
- následující kroky – zadání posuvu a přejezd válce z jedné úvratí do druhé (1-50 sec)



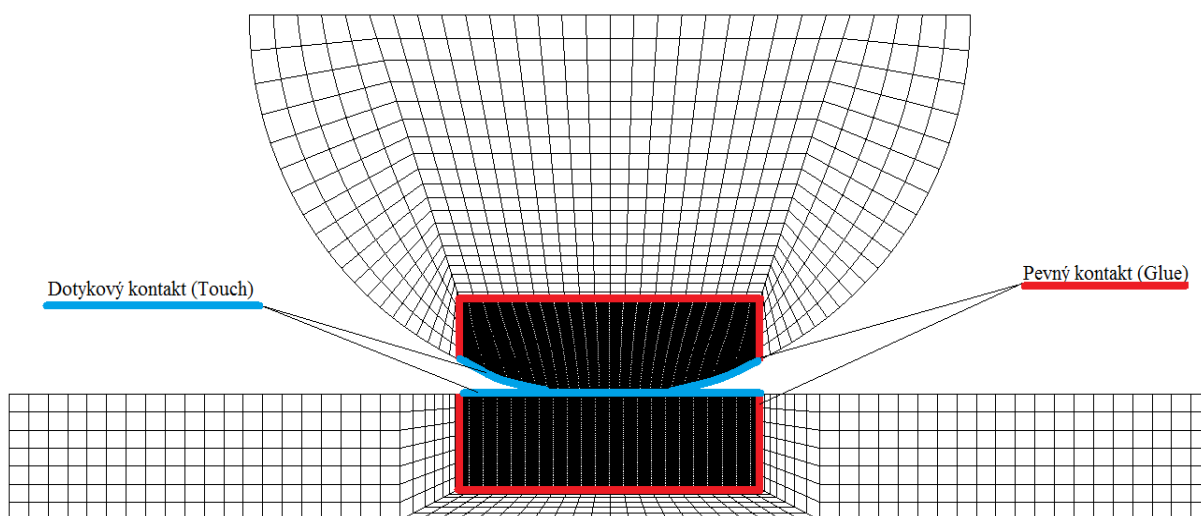
Obr. 6.3 Výsledná síť modelu s okrajovými podmínkami



Obr. 6.3 Detail sítě v místě kontaktu

6.5 Kontakty v modelu

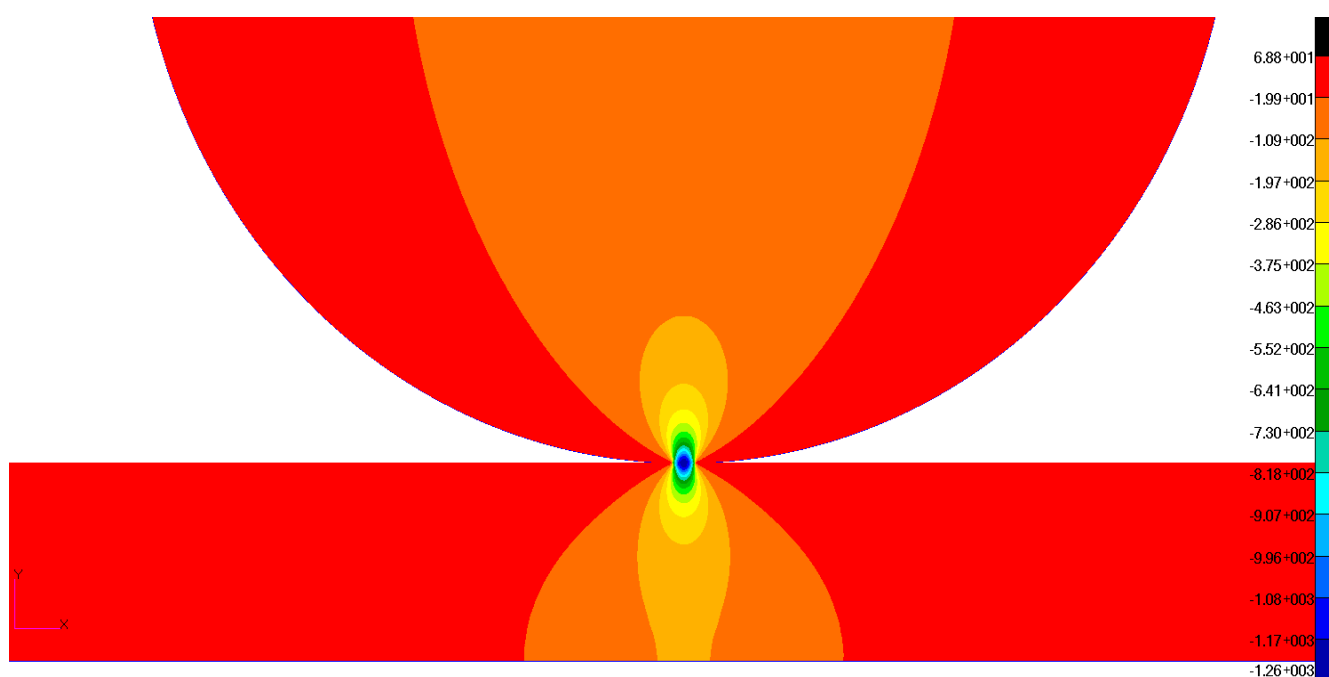
Celkově jsou ve vymodelovaném modelu čtyři kontaktní tělesa. Dvě kontaktní tělesa tvoří válec a další dvě tvoří pásnice. Tato varianta vytvoření kontaktních těles ze dvou částí byla volena z důvodu lepšího síťování v místě kontaktu válce a pásnice. Každé z těchto dvou kontaktních těles je navzájem spojeno pevným kontaktem (Glue) a v místě dotyku válce a pásnice je nastaven dotykový kontakt (Touch), který má ještě navíc nastaven koeficient tření $f=0$. Kontakty jsou zobrazeny na obr.6.4.



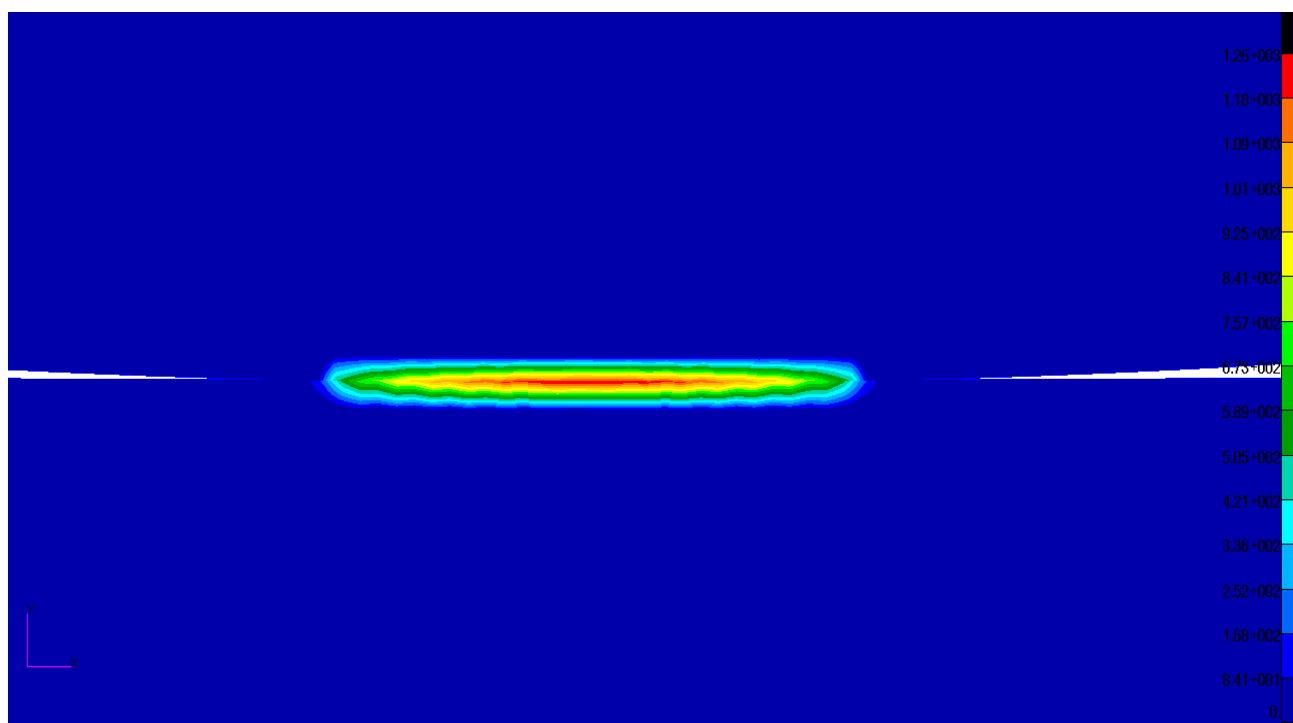
Obr. 6.4 Kontakty

6.6 Řešení pro lineární výpočet

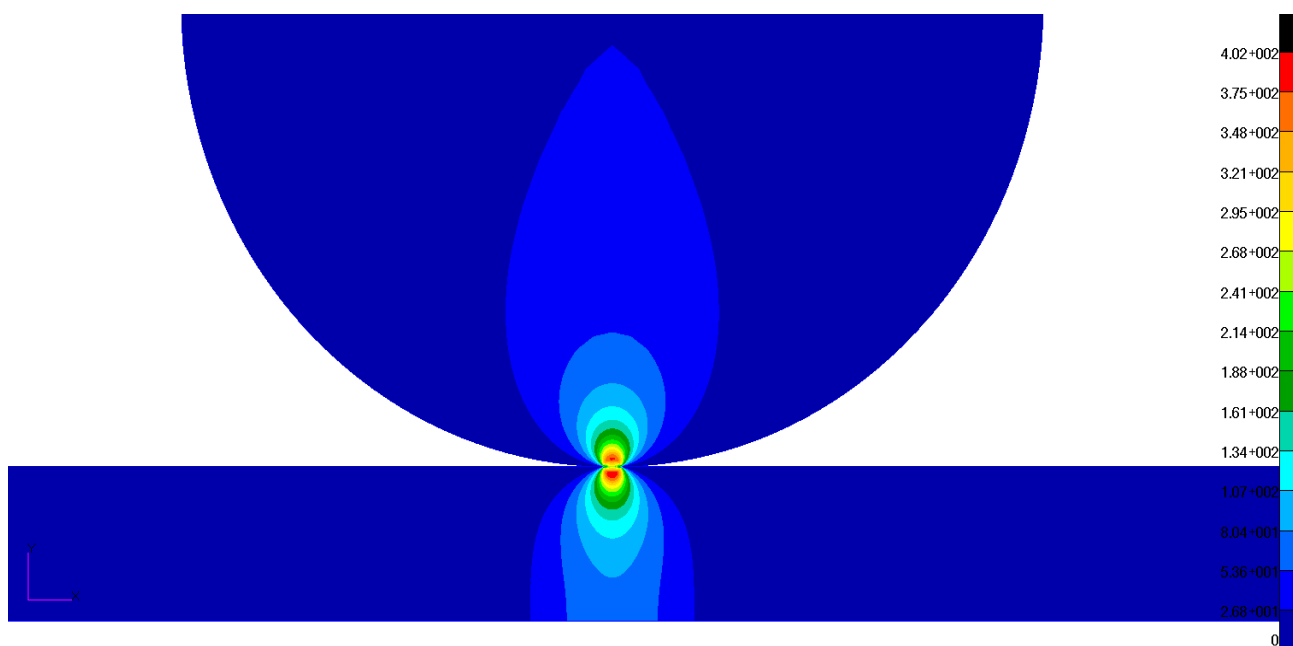
Pro lineární výpočet je uvažován izotropní materiál, který má hodnoty modulu pružnosti $E = 210\,000\text{ MPa}$ a Poissonova čísla $\mu = 0,3$. Zatěžující síla působí ve středu válce na jednotku délky hodnotou $P' = 2500\text{ Nmm}^{-1}$. Na obr. 6.5 je zobrazen průběh napětí ve směru osy y v MPa. Dále na obr.6.6 je znázorněna hodnota Hertzova tlaku a na obr.6.7 je znázorněno maximální smykové napětí.



Obr. 6.5 Průběh napětí ve směru osy y pro lineární materiál v MPa



Obr. 6.6 Hodnota Hetzova tlaku v MPa



Obr. 6.7 Maximální smykové napětí

Na obr. 6.6 je zobrazena hodnota Hetzova tlaku. Početně je hodnota Hertzova tlaku $p_0=1255 \text{ MPa}$ (vztah 5.9) a numerické řešení dle obr.6.6 je $p_0=1260 \text{ MPa}$. Dále hodnota maximálního smykového napětí je dle teorie (vztah 5.12) $\tau_{max}=395 \text{ MPa}$ a podle numerického řešení je $\tau_{max}=402 \text{ MPa}$. Délka poloosy kontaktní elipsy a vyšla poččetně dle (vztah 5.11)

$a=2,6\text{ mm}$ a numericky je její hodnota $a=2,75\text{ mm}$. Přehled výsledků a jejich porovnání je v Tab.2.

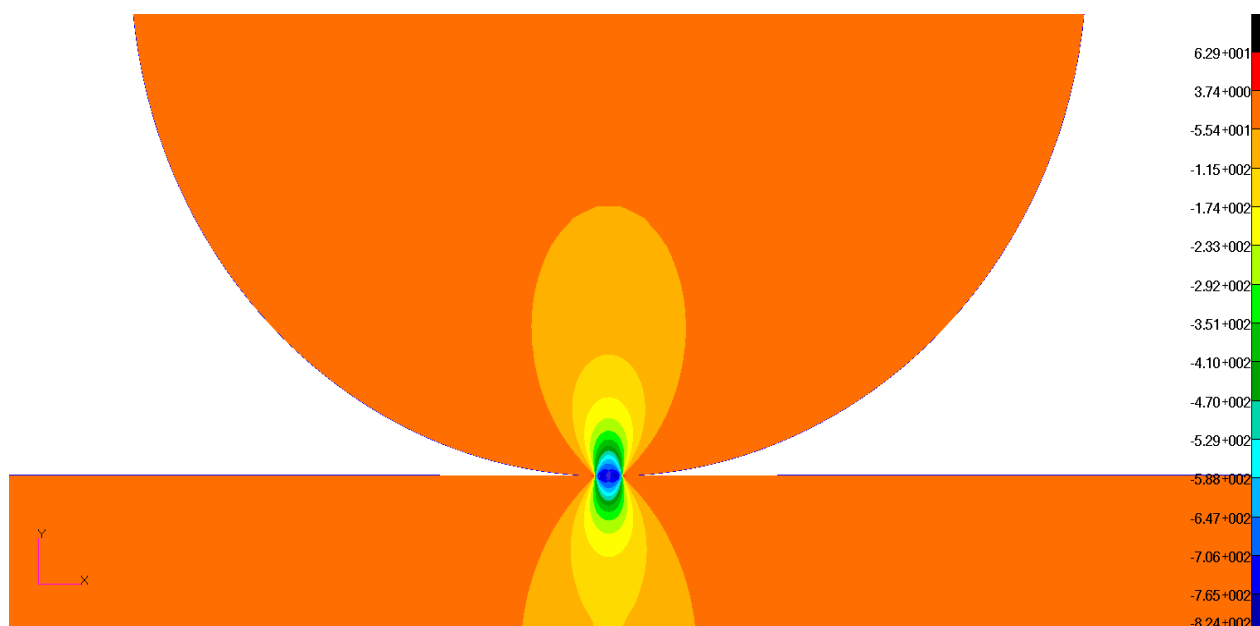
Veličina	Teoreticky	Patran/Marc	Rozdíl
p_0	1255 MPa	1260 MPa	0,40%
τ_{\max}	395 MPa	402 MPa	1,69%
a	2,57 mm	2,75 mm	7,01%

Tab.2 Přehled výsledků

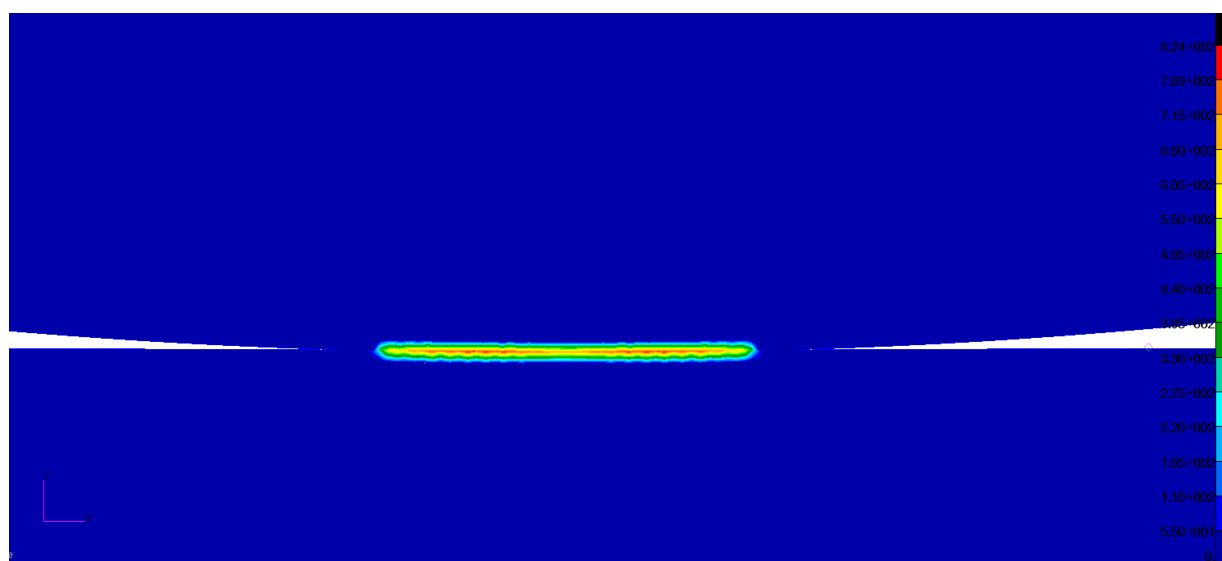
V Tab. 2 jsou uvedeny výsledky pro vypočtené hodnoty jak analyticky tak numericky. Tyto hodnoty se od sebe výrazně neliší a může být tedy řečeno, že analytické a numerické řešení pro lineární řešení materiálu vykazuje shodu.

6.7 Řešení pro nelineární výpočet

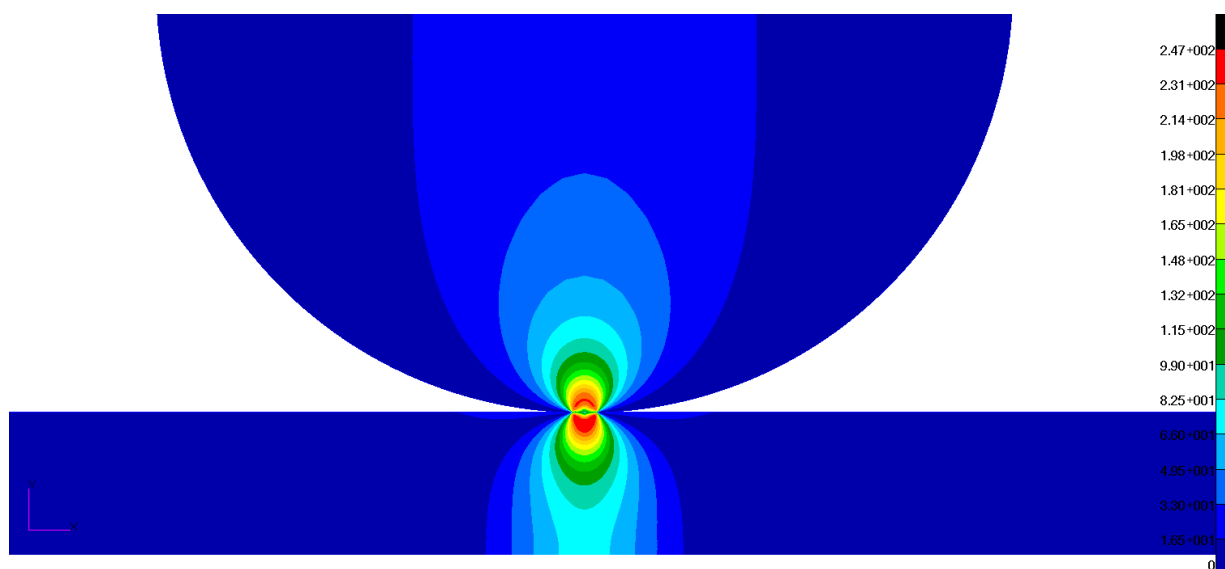
Pro nelineární výpočet platí ty samé hodnoty jako u lineárního s tím rozdílem, že byla přidána cyklická deformační křivka. Tato křivka byla zadána jako plastická vlastnost v materiálových vlastnostech (properties). Cyklická deformační křivka je popsána 19 hraničními body, které se vypočítají ze vztahu (4.5), viz. (Tab.1). Byla zadána tabulkově a nastavena pro oblast elasto-plastickou s izotropním zpevněním. Dále je nastaveno kritérium meze kluzu (Yieldcriterium) von Misses a rychlost deformace (StrainRatemethod) Piecewiselinear. Na obr. 6.8 je zobrazen průběh napětí ve směru osy y v MPa. Dále na obr.6.9 je znázorněna hodnota kontaktního tlaku a na obr.6.10 je znázorněno maximální smykové napětí.



Obr. 6.8 Průběh napětí ve směru osy y v MPa pro nelineární materiál



Obr. 6.9 Hodnota kontaktního tlaku v MPa



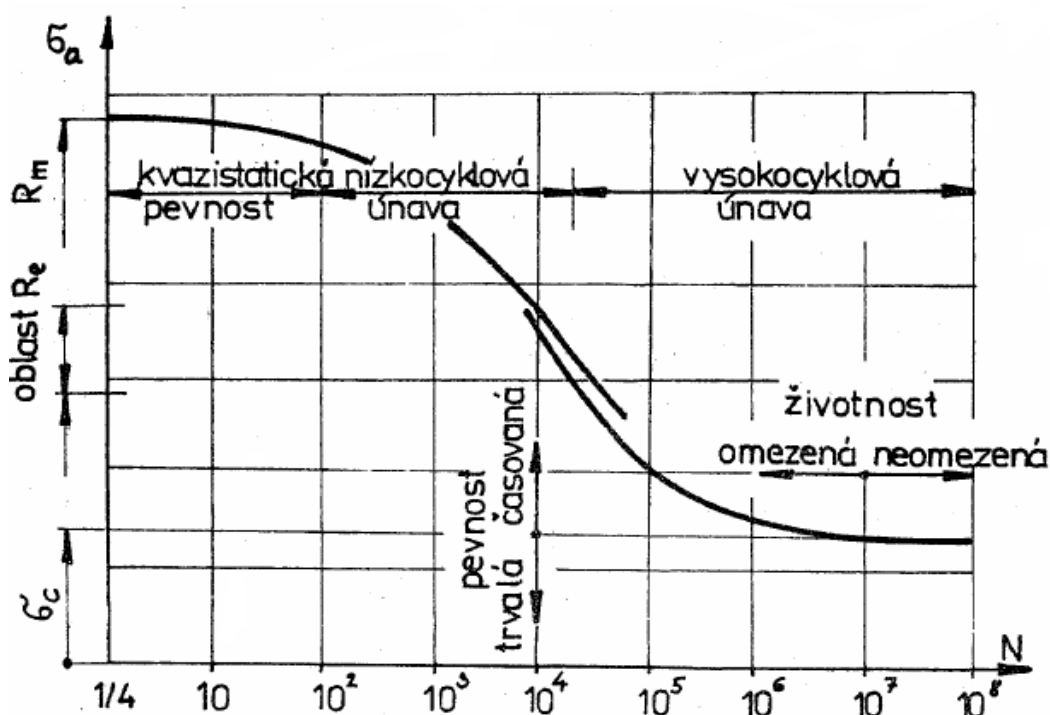
Obr. 6.10 Maximálního smykového napětí

7 Únavové namáhání

Únava materiálu je proces porušování soudržnosti materiálu časově proměnnou napjatostí jako důsledek kumulace poškození střídavou pružně plastickou deformací.

7.1 Oblasti únavy

Únava se z hlediska počtu cyklů dělí na tři typické oblasti (obr.7.1).



Obr. 7.1 Wöhlerova křivka

Oblasti únavy:

- Kvazistatický lom – vzorek se zlomí buď při prvním zátěžném cyklu nebo vydrží jen několik desítek. Tento úsek se obecně do únavy nezahrnuje. Růst lomové plochy je velmi rychlý a plocha má znaky tvárného lomu.
- Oblast nízkocyكلové únavy – napětí v součásti vzniká jako odezva na zátěž pohybující se nad mezí kluzu R_e , tudíž dochází k cyklické plastické deformaci materiálu. Vznik této plastické deformace může být záměrný (zvýšení únosnosti konstrukce) nebo náhodný (vzniká při přetížení konstrukce). Horní hranice se uvažuje 10^4 - 10^5 jako hrubý

odhad meze kluzu R_e a tvoří přechod do vysokocyklové únavy. U horní hranice dochází k nespojitosti křivky, což svědčí o odlišnosti mechanismu porušování. Nízkocyklový lom má obvykle hrubší strukturu lomu s výraznými stopami po plastické deformaci.

- c) Oblast vysokocyklové únavy – napětí se pohybuje pod mezí kluzu R_e což má za následek, že únavový lom může a nemusí nastat. Pokud nastane lom pak má hladký vzhled bez známek plastické deformace, je odlišný od zbylé lomové plochy, která vznikne kvazistatickým lomem.

7.2 Únavový lom

Vznikne tehdy, když je překročena mez únavy materiálu. V místě povrchu, kde dochází ke koncentraci napětí vznikne po určitém počtu cyklů zárodek trhliny. Pokračujícím proměnlivým zatížením se otvírá a zavírá a šíří se do hloubky. Tímto otvíráním a zavíráním se povrchy vyleští. Rozšiřováním oblasti vznikajícího lomu se zmenšuje oblast nosného průřezu součásti až napětí vyvolané okamžitým zatížením překročí mez pevnosti a součástka se v zůstávajícím průřezu zlomí statickým lomem. Lomová plocha má dvě oblasti:

- únavovou – hladký povrch
- statickou – drsný povrch

Únavový lom se šíří od místa největší koncentrace napětí (zpravidla tahového). Čím pomalejší je rozvoj únavové trhliny tím více se povrch vyleští. Lomy s velkými hladkými oblastmi se rozvíjeli dlouho, to svědčí též o malém zatížení popř. o dostatečném dimenzování až předimenzování.

Typické rysy únavového lomu:

- a) Změna mechanických vlastností – mění se hustota a tvar krystalových mřížek, a tím pádem také fyzikální a mechanické vlastnosti. Nejvýrazněji se tyto změny projeví na začátku cyklického zatěžování, s rostoucím počtem cyklů jejich intenzita klesá a po určité době se již nemění.
- b) Nukleace trhlín – k nukleaci trhlín dochází většinou na volném povrchu a to v místech koncentrace cyklické plastické deformace. Při cyklickém zatížení materiálu dochází ke

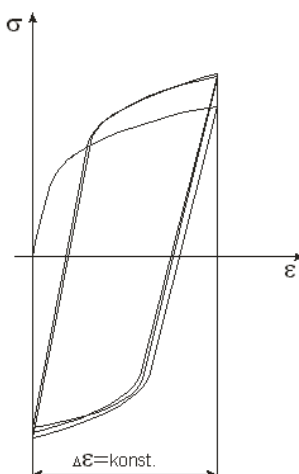
vzniku skluzových pásem v povrchových zrnech, skluzové roviny jsou orientované ve směru největších smykových napětí. S rostoucím počtem cyklů narůstá délka i počet skluzových pásem.

- c) Šíření trhliny – po nukleaci trhlín na povrchu se dalším zatěžováním začnou iniciovat mikrotrhliny orientované do směru skluzových rovin a začnou se spojovat růst do hloubky. Trhliny se při běžných teplotách šíří transkrystalicky (přes objem zrna), šíření trhlín po hranicích zrn se vyskytuje jen při zvýšených teplotách.
- d) Konečný lom – únavový lom vznikne náhle bez předchozí deformace materiálu. Výsledkem šíření únavové trhliny je zeslabení nosného průřezu součásti.

Jelikož je tahle práce zaměřena na oblast nízkocyklové únavy bude této oblasti věnována pozornost.

8 Rozbor řešení nízkocyklové únavy při konstantním rozkmitu deformace

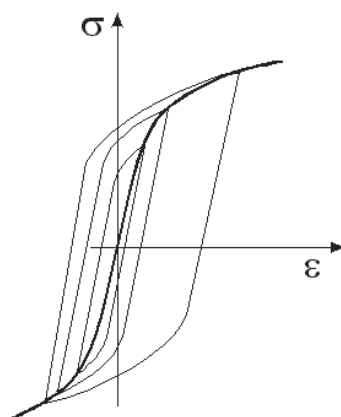
O konstantní rozkmit deformace v průběhu nízkocyklové únavy se jedná, tehdy pokud je rozkmit deformace udržován konstantními vnějšími silami konstrukce anebo vnitřními silami elastické matrice, která řídí plastické deformace v kořenech vrubů. Charakteristiku $\sigma - \varepsilon$ materiálu v bodě tělesa pak představují hysterezní smyčky (obr. 8.1).



Obr. 8.1 Charakteristika $\sigma - \varepsilon$ materiálu v bodě tělesa-hysterezní smyčky

V prvním cyklu se deformace ε mění podle statické deformační křivky. V následujících cyklech dochází ke změně mechanických vlastností a tím dochází ke zpevnění nebo změkčení materiálu. Zpevnění/změkčení materiálu souvisí se zvětšováním/zmenšováním odporu proti deformaci materiálu namáhaného cyklickým zatěžováním. Materiál vykazuje cyklické zpevňování, jestliže dochází ke zvětšování amplitudy napětí. Cyklicky změkčující materiály vykazují zvětšování amplitudy deformace, kdežto u zpevňujících materiálů se amplituda deformace zmenšuje.

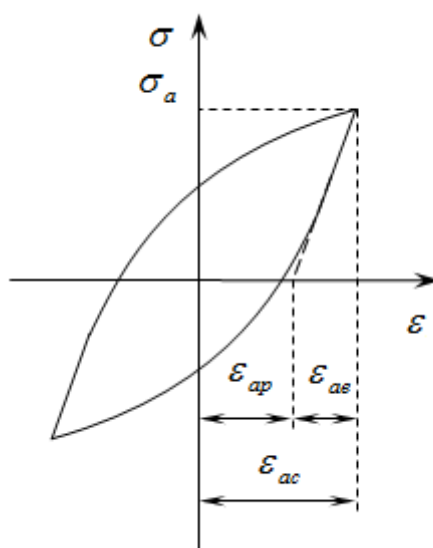
Rozměry hysterezní smyčky se po malých počtech cyklů ustalují. Pro sjednocení výsledků zkoušek se za hlavní považuje hysterezní smyčka v polovině životnosti zkušebního tělesa. Smyčky, které mají různou šířku, vytvoří svými vrcholy geometrické místo bodů, nazvanou ustálenou cyklickou deformační křivkou $\sigma_a - \varepsilon_a$ (obr. 8.2).



Obr. 8.2 Vrcholy hysterezních smyček definující ustálenou deformační křivku $\sigma_a - \varepsilon_a$

V důsledku mikrostrukturálních změn v počátečním stadiu cyklického zatěžování dochází ke změně fyzikálních vlastností i napětově-deformační odezvy materiálu.

Cyklická deformační křivka je odlišná od statické deformační křivky a to změnou mechanických vlastností materiálu.



Obr. 8.3 Schéma ustálené hysterezní smyčky

Na obr. 8.3 je znázorněno schéma ustálené hysterezní smyčky, kde amplituda napětí σ_a značí polovinu výšky smyčky a amplituda plastické deformace ε_{ap} poloviční šířku smyčky.

Amplituda elastické deformace ε_{ae} plyne z Hookeova zákona:

$$\varepsilon_{ae} = \frac{\sigma_a}{E} \quad (8.1)$$

Amplituda celkové deformace je dána následujícím vztahem:

$$\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \varepsilon_{ap} \quad (8.2)$$

Dále platí pro amplitudu napětí:

$$\sigma_a = K' \cdot \varepsilon_{ap}^{n'} \quad (8.3)$$

Kde K' značí koeficient cyklické pevnosti a n' označuje exponent cyklické pevnosti. Po dosazení do rovnice (8.2) dostáváme vztah pro cyklickou deformační křivku:

$$\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (8.4)$$

Pro plastickou křivku deformace zase Manson-Coffinův vztah:

$$\varepsilon_{ap} = \varepsilon_f' (2 \cdot N_f)^c \quad (8.5)$$

kde ε_f' označuje únavovou tažnost a c je exponent únavové tažnosti.

Pro oblast nízko cyklové únavy (NCÚ) platí pro elastické chování Basquinova rovnice:

$$\varepsilon_{ae} = \frac{\sigma_a}{E} = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot (2N_f)^b \quad (8.6)$$

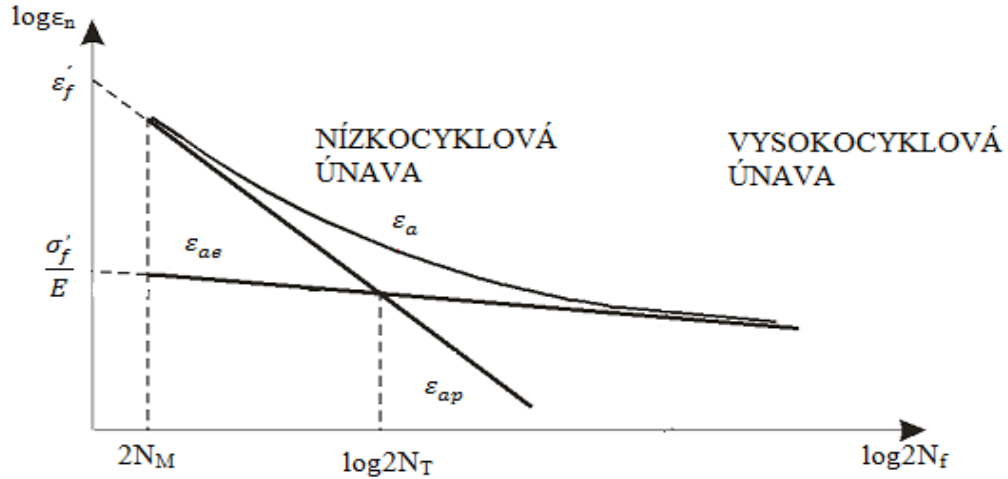
V němž σ_f' je únavová pevnost a b označuje exponent únavové pevnosti.

Amplituda celkové deformace je dána součtem plastické a elastické složky deformace:

$$\varepsilon_{ac} = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot (2N_f)^b + \varepsilon_f' \cdot (2N_f)^c \quad (8.7)$$

Úpravou rovnic (8.5) a (8.6) a následným dosazením do rovnice (8.3) dostáváme:

$$K' = \frac{\sigma_f'}{\varepsilon_f'^{n'}} \quad (8.8)$$



Obr. 8.4 Křivky životnosti

Na obr. 8.4 jsou zobrazeny křivky životnosti v souřadnicích $\log \varepsilon_n$ a $\log 2N_f$. Vztahy (8.6) a (8.7) jsou zobrazeny jako přímky, v jejichž průsečíku je dosaženo počtu půlcyklů $2N_T$. Tento průsečík odděluje oblast únavy s převládající plastickou deformací od oblasti s převládající elastickou deformací. Z rovnic (8.5) a (8.6) dostaneme:

$$2N_f = \left(\frac{E \cdot \varepsilon_f'}{\sigma_f'} \right)^{\frac{1}{b-c}} \quad (8.9)$$

$$\varepsilon_{aT} = \varepsilon_f' \cdot \left(\frac{E \cdot \varepsilon_f'}{\sigma_f'} \right)^{\frac{c}{b-c}} = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot \left(\frac{E \cdot \varepsilon_f'}{\sigma_f'} \right)^{\frac{b}{b-c}} \quad (8.10)$$

Tyto předchozí vztahy platí pro případ nulového středního napětí.

Pokud je střední napětí nenulové, je dle J. Morrow reverzní amplituda napětí σ_{ar} dána vztahem:

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f}} \quad (8.11)$$

Mezi amplitudou napětí σ_{ar} a počtem půlcyklu do lomu $2 \cdot N_f$ platí:

$$\sigma_{ar} = \sigma'_f (2 \cdot N_f)^b \quad (8.12)$$

Úpravami výše uvedených rovnic dostaneme:

$$\sigma_a = (\sigma'_f - \sigma_m) \cdot (2 \cdot N_f)^b \quad (8.13)$$

nebo:

$$\sigma_a = \sigma'_f \left[\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{b}} \cdot (2 \cdot N_f) \right]^b = \sigma'_f (2 \cdot N^*)^b \quad (8.14)$$

pak:

$$N^* = N_f \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (8.15)$$

Rovnici (8.7) pak můžeme napsat :

$$\varepsilon_{ac} = \frac{\sigma'_f}{E} (2 \cdot N^*)^b + \varepsilon'_f (2 \cdot N^*)^c \quad (8.16)$$

Skutečný počet cyklů N_f bude:

$$N_f = \frac{N^*}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{b}}} \quad (8.17)$$

9 Multiaxiální únava

Většinou dochází k tomu, že napjatost v tělese může být velmi složitá. Pokud složky napětí působí ve fázi, mluvíme o stavu napjatosti jako o proporcionálním. V opačném případě se jedná o neproporcionální namáhání.

Proporcionální namáhání nemění směry hlavních napětí, mění se velikost hlavních napětí.

U Neproporcionálního namáhání jsou složky napětí v během zátěžného cyklu proměnné. Z tohoto důvodu je tato situace mnohem komplikovanější.

Touto problematikou víceosé napjatosti se zabývali Tresca, Lamé a von Mises. Únava při víceosé napjatosti byla zkoumána v r. 1930 Goughem a Pollardem a v 50. letech Goughem, Sinesem a Findleyem. Poprvé se práce týkaly pouze únavy vysokocyklové (S-N závislost), kde plastická deformace je velice malá. Pro případ velkých plastických deformací dochází k porušení únavou nízkocyklovou a je proto žádoucí se zabývat problematikou ($\epsilon - N$).

V případě multiaxiální únavy je problematické stanovit hysterezní smyčku, z toho důvodu, že redukované napětí podle HMM obsahuje výraz pod odmocninou a není možné znázornit hysterezní smyčku ve všech čtyřech kvadrantech, jako v případě pulsujícího tahu-tlaku. Z těchto důvodu se zavádějí jiné přístupy, které jsou uvedeny v následujícím textu.

9.1 Mechanismus únavového poškození

Životnost spočívá v nukleaci a růstu únavových trhlin. U houževnatých materiálů dochází nejčastěji k nukleaci v místech, kde vznikají únavová skluzová pásma, o této nukleaci rozhodují smyková napětí. Pro případ křehkých materiálů dochází k nukleacím trhlin většinou na hranicích krystalických zrn, ale může dojít i k nukleaci na skluzových pásmech. Růst trhliny je ovlivněn v první maximálním smykovým napětím, v další fázi maximálním normálovým napětím. V první fázi dochází k růstu trhliny a v druhé k jejímu šíření do materiálu.

Stanovení životnosti v nízkocyklové multiaxiální únavě bude prováděno pro přístup efektivní deformace a přístup kritické roviny.

9.2 Přístup efektivní deformace

Toto kritérium vychází z Manson-Coffinovy rovnice, která udává závislost mezi amplitudou celkové deformace ε_{ac} a počtem cyklů N_f

$$\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{as} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c, \quad (9.1)$$

kde

$\varepsilon_{as} = \frac{\sigma_a}{E}$ - amplituda elastické deformace,

ε_{ap} - amplituda plastické deformace,

ε'_f - únavová tažnost materiálů,

c- exponent únavové tažnosti,

σ'_f - únavová pevnost materiálu,

b- exponent únavové pevnosti.

Výše uvedenou rovnici je možno použít i v případě víceosé napjatosti, kdy za amplitudu napětí a deformace dosadíme redukované napětí podle HMM hypotézy, tedy

$$\bar{\sigma}_a = \sigma_{aHMM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2}, \quad (9.2)$$

$$\bar{\varepsilon}_a = \varepsilon_{HMM} = \frac{1}{\sqrt{2}(1 + \bar{\mu})} \sqrt{(\varepsilon_{1a} - \varepsilon_{2a})^2 + (\varepsilon_{2a} - \varepsilon_{3a})^2 + (\varepsilon_{3a} - \varepsilon_{1a})^2}. \quad (9.3)$$

Toto kritérium může být aplikováno v multiaxiální únavě při odhadu životnosti pouze v případě proporcionálního anebo soufázového zatěžování, v případě neproporcinálního zatěžování dává zkreslené výsledky.

9.3 Přístup kritické roviny

Kritérium kritické roviny je spolehlivé kritérium pro určení životnosti v multiaxiální únavě. Kritérium je vhodné použít jak pro případy proporcionálního tak i neproporcionálního zatížení. Kritická rovina je definována jako rovina poškození vzhledem k módu trhliny - smykový typ anebo tahový typ. Modely pro přístup kritické roviny jsou rozděleny na napět'ové, deformační, napět'ově-deformační a energetické. Napět'ové modely jsou určeny pro případ vysokocyklové únavy, kdy plastická deformace není výrazná. Deformační kritéria berou v úvahu cyklickou plastickou deformaci.

9.3.1 Deformační přístup kritické roviny

Řídicím parametrem je deformace. Jednotlivá kritéria jsou shrnuta v následujícím textu.

9.3.2 Brown-Millerovo kritérium

Kritická rovina je zde definována jako rovina, kde smyková deformace nabývá maximální hodnoty [16]:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} = \frac{\tau_f'}{G} (2N_f)^{b_\gamma} + \gamma_f' (2N_f)^{c_\gamma}. \quad (9.4)$$

9.3.3 Wang-Brownovo kritérium

Toto kritérium zahrnuje vliv středního napětí. [16]

$$\frac{\Delta\bar{\gamma}}{2} = \frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n = f(N_f) \quad (9.19)$$

Životnost pro toto kritérium je vyjádřena následujícím vztahem [16]:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n = A \frac{\sigma_f' - 2\sigma_{nm}}{E} (2N_f)^b + B\varepsilon_f' (2N_f)^c, \quad (9.20)$$

kde

σ_{nm} - střední normálové napětí na rovině maximálního smyku,

$$A = 1.3 + 0.7S, \quad B = 1.5 + 0.5S. \quad (9.21)$$

9.3.4 Shang-Wangovo kritérium

Obdobná matematická formulace jako v případě HMH hypotézy [16]

$$\left[\frac{1}{3} (\Delta\gamma_{max}/2)^2 + \Delta\varepsilon_n^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{\sigma'_f - \sigma_{nm}}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c. \quad (9.22)$$

9.4 Deformačně-napět'ové přístupy kritické roviny

V případě deformačně-napět'ových modelů je řídicím parametrem deformace a druhým parametrem je napětí. Jednotlivé přístupy jsou uvedeny v následujícím textu.

9.4.1 Kritérium Fatemi-Socie

Toto je kritérium, které má široké uplatnění pro smykový mód poškození. Je to velice používané kritérium. [17]

$$\frac{\Delta\gamma}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{R_s} \right) = f(N_f), \quad (9.23)$$

kde

$\sigma_{n,max}$ – maximální normálové napětí na kritické rovině,

k – materiálová konstanta, určena z dat tahové a krutové zkoušky,

Pro určení životnosti je rovnici (9.23) možno psát ve tvaru [17]

$$\frac{\Delta\gamma}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{R_s} \right) = \frac{\tau_f'}{G} (2N_f)^{b_\gamma} + \gamma_f' (2N_f)^{c_\gamma}, \quad (9.24)$$

kde

G- modul pružnosti ve smyku,

τ_f' - součinitel únavové pevnosti ve smyku,

b_γ - exponent únavové pevnosti ve smyku,

γ_f' - součinitel únavové tažnosti ve smyku,

c_γ - exponent únavové tažnosti ve smyku.

Pokud nejsou k dispozici data z materiálových zkoušek, anebo v případě první aproximace je možno v rovnici (9.24) položit $k \cong 1$ [17]

10 Řešení multiaxiální únavy

10.1 Numericky

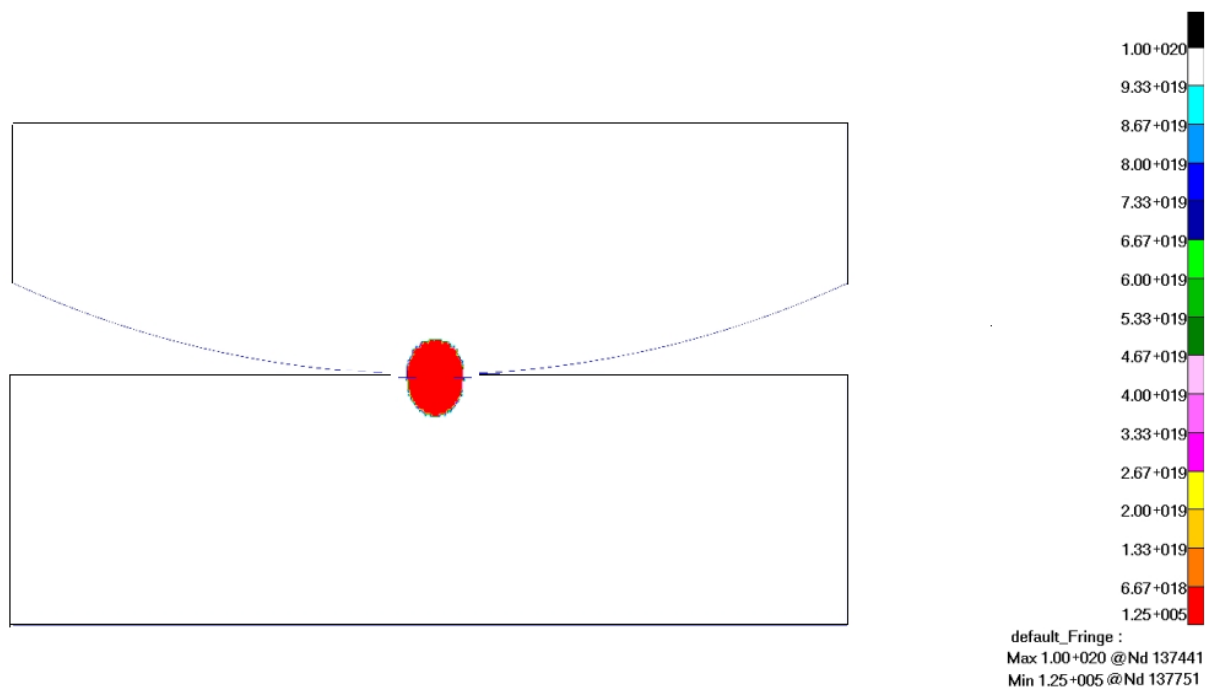
Numerické řešení bylo provedeno v MSC Fatigue. MSC Fatigue má v sobě pro multiaxiální únavu implementovány tyto metody:

- a) Fatemi-Socie – deformačně napěťový přístup kritické roviny
- b) Wang-Brown – přístup kritické roviny
- c) Smykových napětí (Shear stress)
- d) Přístup efektivní deformace (Normalstrain)
- e) SWT-Bantine – není vhodná pro tlaková zatížení dává nekonzervativní výsledky

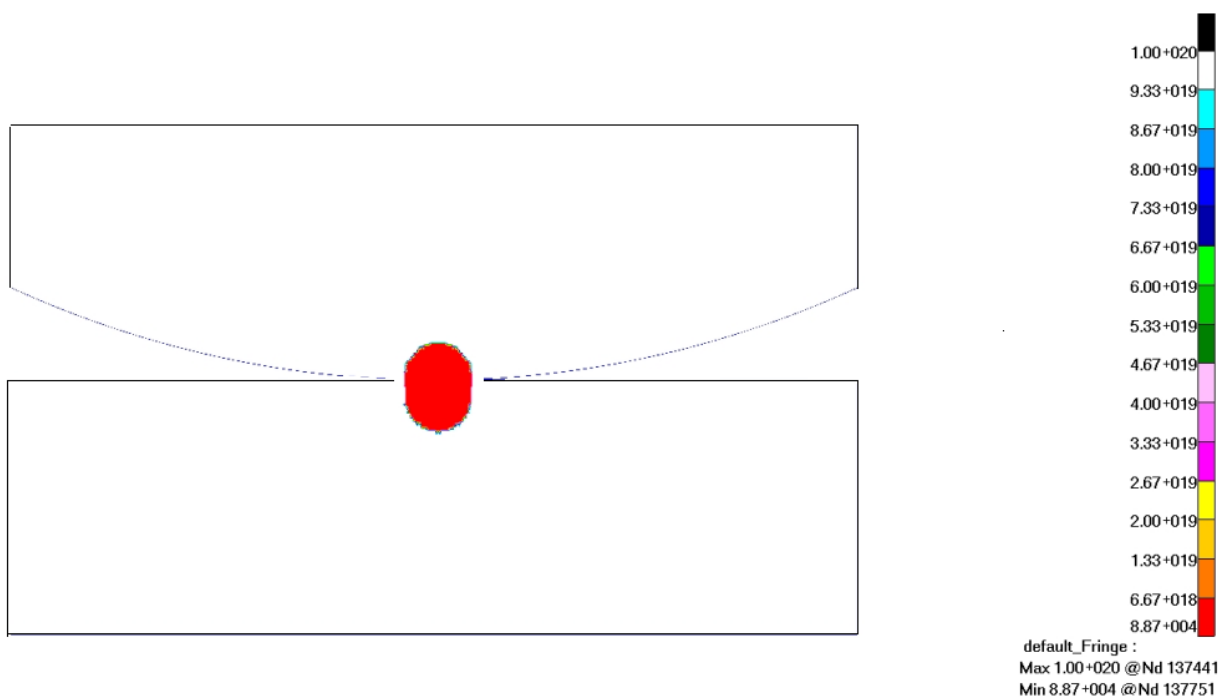
Pro další zpracování byly použity metody, které jsou uvedeny v tabulce 3. Nejvíce zatěžované oblasti pro tyto metody jsou zobrazeny na obr. 10.1-10.3.

Fatemi-Socie		Shear stress		Wang-Brown	
Číslo Uzlu	Počet cyklů	Číslo Uzlu	Počet cyklů	Číslo Uzlu	Počet cyklů
137751	1.251E5	137751	88723	137731	1.361E5
137731	1.268E5	137731	89597	137733	1.393E5
228531	1.286E5	228531	90893	137750	1.566E5
228553	1.292E5	228553	91236	137752	1.596E5
137749	1.344E5	137749	94437	137730	1.598E5
137733	1.347E5	137733	94597	137753	1.66E5
228533	1.368E5	228533	95993	137751	2.237E5
228551	1.376E5	228551	96524	137736	2.288E5
137727	1.384E5	137727	96933	137746	2.293E5
137755	1.388E5	137755	97156	228553	2.302E5

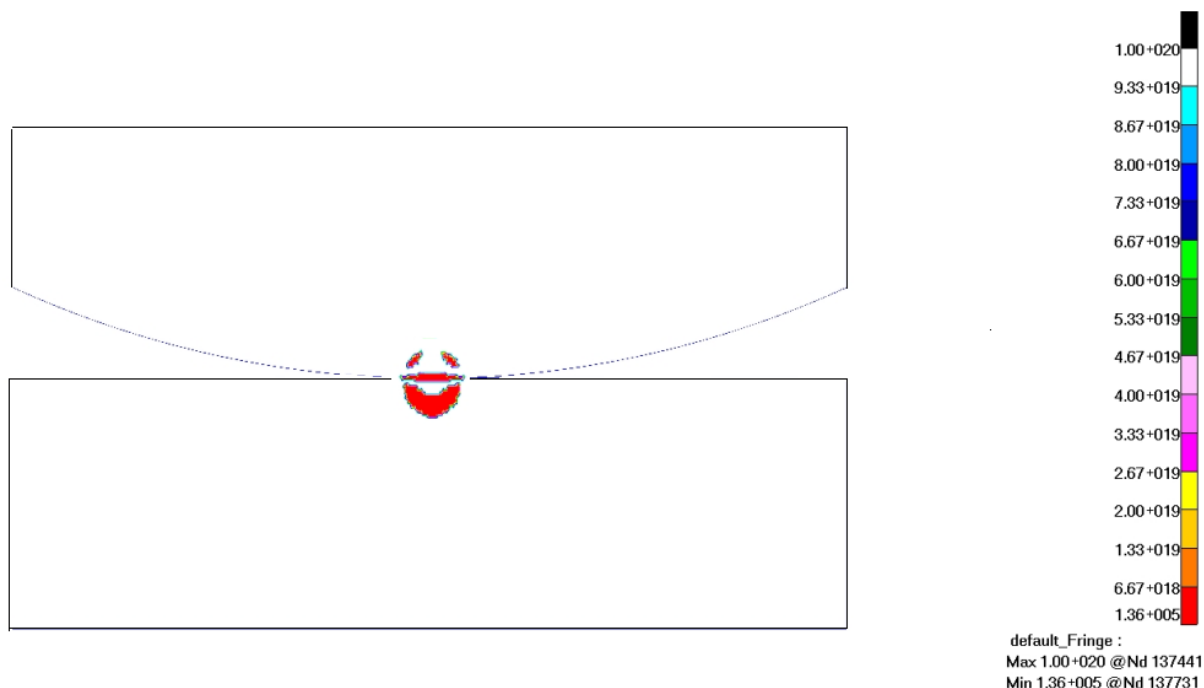
Tab. 3 Použité metody v MSC Fatigue a nejvíce namáhané uzly



Obr. 10.1 Metoda Fatemi-Socie



Obr. 10.2 Metoda smykových napětí



Obr. 10.3 Metoda Wang-Brown

Z tab. 3 vyplívá, že pro metody Fatemi-Socie a Smykových napětí je nejkritičtější uzel č. 137751 a pro metodu Wang-Brown je to uzel č. 137731. Ovšem uzel č.137731 obsahují i metody Fatemi-Socie a Smykových napětí je to dle jejich metod výpočtu druhý kritický uzel. Z toho poznatku lze vycházet a porovnávat výsledky právě na tomto uzlu jelikož zde není výraznější rozdíl a tento uzel je obsažen ve všech třech použitých metodách.

Tento uzel se nachází ve vzdálenosti $y = -0,68$ mm. Hodnoty počtu cyklů do iniciace trhliny pro tento uzel jsou v tab. 4. Hodnoty napětí pro tento uzel jsou v tab. 5. A hodnoty deformací pro sledovaný uzel jsou v tab. 6.

Č. uzlu	Fatemi-Socie	Shear stress	Wang-Brown
137731	126 800	89 597	136 100

Tab. 4 Hodnoty počtu cyklů do iniciace trhliny pro uzel č. 137731

σ	σ_{1h}	σ_{1d}	σ_{1a}	σ_{2h}	σ_{2d}	σ_{2a}	σ_{3h}	σ_{3d}	σ_{3a}	τ_{max}	$\sigma_{n,max}$
[MPa]	-155	25	90	-645	236	440	-332	-53	139,5	245	-400

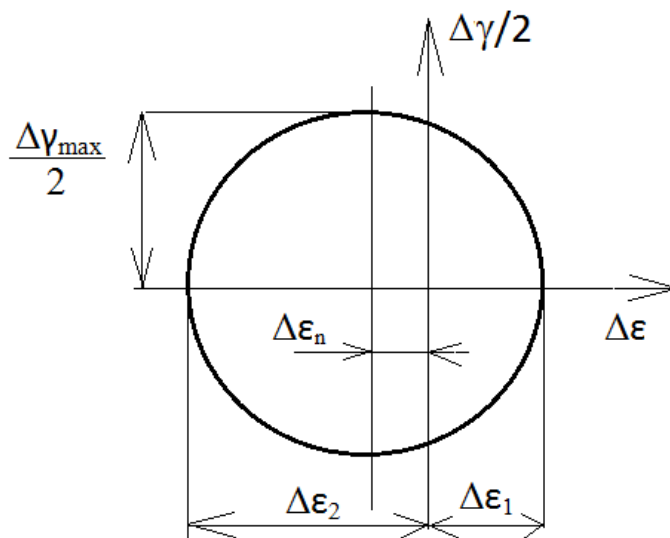
Tab. 5 Hodnoty napětí pro uzel č. 137731

ε	ε_{1h}	ε_{2h}	ε_{1d}	ε_{2d}	$\Delta\gamma_{\max}/2$
[-]	$2,84 \cdot 10^{-3}$	$-5 \cdot 10^{-3}$	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$-2,46 \cdot 10^{-3}$	$2,01 \cdot 10^{-3}$

Tab. 6 Hodnoty deformací pro uzel č. 137731

10.1.1 Výpočet rozkmitu maximální smykové deformace

V tab. 6 je uvedena hodnota rozkmitu maximální smykové deformace $\Delta\gamma_{\max}/2$. Tato hodnota byla spočítána z rozkmitu deformací $\Delta\varepsilon_1$ a $\Delta\varepsilon_2$. Následně vytvořením Mohrovy kružnice (obr. 10.4) a použitím známých vztahů pro tuto kružnici dostáváme výslednou hodnotu rozkmitu maximální smykové deformace:



Obr. 10.4 Mohrova kružnice rozptylu deformací

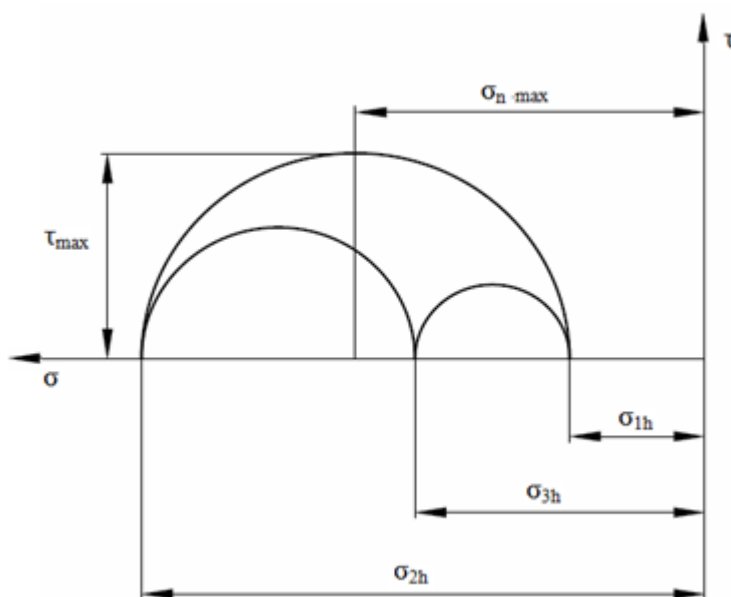
$$\Delta\varepsilon_1 = \varepsilon_{1h} - \varepsilon_{1d} = 2,84 \cdot 10^{-3} - 1,36 \cdot 10^{-3} = 1,48 \cdot 10^{-3} \quad (10.1)$$

$$\Delta\varepsilon_2 = \varepsilon_{2h} - \varepsilon_{2d} = -5 \cdot 10^{-3} + 2,46 \cdot 10^{-3} = -2,54 \cdot 10^{-3} \quad (10.2)$$

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2}{2} = \frac{1,48 \cdot 10^{-3} + 2,54 \cdot 10^{-3}}{2} = \frac{4,02 \cdot 10^{-3}}{2} = 2,01 \cdot 10^{-3} \quad (10.3)$$

10.1.2 Výpočet maximálního normálového napětí

V tab. 5 je uvedena hodnota maximálního normálového napětí $\sigma_{n \max}$. Tato hodnota je počítána z maximálních napětí. Maximální napětí odpovídají horním napětím σ_{1h} , σ_{2h} a σ_{3h} . Následně vytvořením Mohrovy kružnice (obr. 10.5) a použitím známých vztahů pro tuto kružnici dostáváme výslednou hodnotu maximálního normálového napětí:



Obr. 10.5 Mohrovy kružnice pro napětí

$$\sigma_{n, \max} = \frac{\sigma_{1h} + \sigma_{2h}}{2} = \frac{-645 - 155}{2} = -400 \text{ MPa} \quad (10.4)$$

10.2 Iterační řešení

Byly voleny metody, které mohou být porovnány s řešením v MSC Fatigue. Jsou to tři metody Fatemi-Socie, Smykového napětí a metoda Wang-Brown.

Výpočty jsou prováděny iteračně v programu Excel, kde je porovnávána pravá a levá strana rovnic pro zvolené metody. Iterační krok byl volen po 100 cyklech a v místě nejlepší shody obou stran rovnice bylo provedeno zjemnění kroku po jednom cyklu. Všechny použité metody jsou probrány v kapitole 9.

Pro analytické řešení jsou použity hodnoty pro uzel, který byl nalezen jako nejvíce namáhaný tedy uzel č. 137 731.

10.2.1 Fatemi – Socie

U této metody je vycházeno z rovnice (9.24) z kapitoly 9:

$$\frac{\Delta\gamma}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n\max}}{Re} \right) = \frac{\tau_f'}{G} (2Nf)^{b\gamma} + \gamma_f' (2Nf)^{c\gamma} \quad (10.5)$$

Tento model vychází z Basquin-Manson-Coffinovy rovnice. Pro neznámé konstanty se používají aproximace [17]:

$$\tau_f' \approx \frac{\sigma_f'}{\sqrt{3}} = \frac{1020}{\sqrt{3}} = 589 \text{ MPa} \quad (10.6)$$

$$\gamma_f' \approx \varepsilon_f' \sqrt{3} = 0,7188\sqrt{3} = 1,245 \quad (10.7)$$

$$c_\gamma \approx c \quad (10.8)$$

$$b_\gamma \approx b \quad (10.9)$$

Další hodnota $\sigma_{n\max}$ je v tab.5 a hodnota maximálního zkosu v tab.6. Zvláštním případem je konstanta k , což je materiálová konstanta. Tato konstanta nabývá hodnot od 0,4-0,6 a v MSC Fatigue je základně nastavená na 0,6. Já jsem zvolil střední hodnotu tedy $k=0,5$.

Do levé strany rovnice (10.4) dosadíme:

$$\frac{\Delta\gamma}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n\max}}{Re} \right) = 0,00202 \left(1 + 0,5 \frac{400}{470} \right) = 0,00287957 \quad (10.10)$$

Následně je vyjádřena i pravá strana:

$$\frac{\tau_f'}{G} (2Nf)^{b\gamma} + \gamma_f' (2Nf)^{c\gamma} = \frac{589}{80769} (2Nf)^{-0,08432} + 1,245 (2Nf)^{-0,6337} \quad (10.11)$$

Do této rovnice jsou postupně v programu Excel dosazovány hodnoty půlcyklů $2Nf$. Cykly byly voleny s krokem 100 (tedy následující hodnota je větší o hodnotu 100). Následně jsou porovnány hodnoty pravé a levé strany a při neblíže shodě čísel bylo provedeno zjemnění po jednom cyklu. V tab.7 jsou hodnoty počtu cyklů a hodnoty levé a pravé strany rovnice.

Počet cyklů	Levá strana rovnice	Pravá strana rovnice
124122	0,00287957	0,00287962
124123	0,00287957	0,00287957
124124	0,00287957	0,00287949

Tab. 7 Hodnoty počtu cyklů po srovnání levé a pravé strany pro uzel č.137731

Dle tab.7 je vidět, že obě strany rovnice se shodují při počtu cyklů $Nf = 124123$.

10.2.2 Smyková napětí

Metoda smykového napětí je definována touto rovnicí:

$$\frac{\Delta\gamma}{2} = \frac{(1 + \mu_e)\sigma'_f}{E} (2Nf)^b + (1 + \mu_p)\varepsilon'_f (2Nf)^c \quad (10.12)$$

Opět jsou provedeny stejné kroky jako v 10.2.1, tedy dosazení do levé strany a následně v Excelu porovnání s pravou stranou.

Levá strana:

$$\frac{\Delta\gamma}{2} = 0,00201 \quad (10.13)$$

Pravá strana:

$$\frac{(1 + \mu_e)\sigma'_f}{E} (2Nf)^b + (1 + \mu_p)\varepsilon'_f (2Nf)^c = \frac{1,3 \cdot 1020}{210000} (2Nf)^{-0,08432} + 1,5 \cdot 0,7188 (2Nf)^{-0,6337} \quad (10.14)$$

Do rovnice (10.14) jsou postupně v programu Excel dosazovány počty cyklů N_f dokud není dosaženo přibližné shody obou stran rovnice.

Počet cyklů	Levá strana rovnice	Pravá strana rovnice
87838	0,002010	0,002013
87839	0,002010	0,002010
87840	0,002010	0,002008

Tab. 8 Hodnoty počtu cyklů po srovnání levé a pravé strany pro uzel č. 137731

Dle tab. 8 je vidět, že obě strany rovnice se shodují při počtu cyklů $N_f = 87\,839$.

10.2.3 Wang-Brown

Wang-Brownova metoda byla již uvedena v kapitole 9 a je definována takto:

$$\frac{\Delta\gamma}{2} + S \cdot \Delta\varepsilon_n = A \cdot \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + B \cdot \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (10.15)$$

Konstanty A, B a stejně tak i S jsou odvozeny v kapitole 9, takže dle (9.21) budou nabývat hodnot:

$$S = 0,286 \quad [16]$$

$$A = 1,3 + 0,7S = 1,3 + 0,7 \cdot 0,286 = 1,5 \quad (10.16)$$

$$B = 1,5 + 0,5S = 1,5 + 0,5 \cdot 0,286 = 1,643 \quad (10.17)$$

Opět provedeny stejné kroky jako v 10.2.1.

Levá strana:

$$\frac{\Delta\gamma}{2} + S \cdot \Delta\varepsilon_n = 0,00202 + 0,286 \cdot 0,002915 = 0,002853 \quad (10.18)$$

Pravá strana:

$$A \cdot \frac{\sigma_f'}{E} (2Nf)^b + B \cdot \varepsilon_f' (2Nf)^c = 1,5 \frac{1020}{210000} (2Nf)^{-0,08432} + 1,643 \cdot 0,7188 (2Nf)^{-0,6337} \quad (10.19)$$

V tab. 7 jsou hodnoty počtu cyklů a hodnoty levé a pravé strany rovnice.

Počet cyklů	Levá strana rovnice	Pravá strana rovnice
133 522	0,0028530	0,0028532
133 523	0,0028530	0,0028530
133 524	0,0028530	0,0028528

Tab. 9 Hodnoty počtu cyklů po srovnání levé a pravé strany pro uzel č. 137731

Dle tab. 9 je vidět, že obě strany rovnice se shodují při počtu cyklů $Nf = 133\,523$.

11 Srovnání výsledků

Srovnání výsledků je prováděno na uzlu 137731, na kterém bude docházet k porušení nízkocyklovou únavou. Tento bod se nachází v hloubce $y = 0,68$. Srovnání výsledků je pro tři metody a to Fatemi-Socie, Smykových napětí a Wang Brown. Pro tyto metody byly provedeny výpočty v MSC Fatigue a také iteračně pomocí Excelu. Rozdíly ve výsledcích a konečné shrnutí počtu cyklů pro jednotlivé metody je uvedeno v tab. 10.

Metoda	Počet cyklů N_f		Rozdíl [%]
	MSC Faigue	Iteračně	
Fatemi-Socie	126 800	124 123	2,11
Smykových napětí	89 597	87 839	1,96
Wang Brown	136 100	133 523	1,89

Tab. 10 Srovnání výsledků

Největší rozdíl mezi iteračním a numerickým výpočtem vykazuje metoda Fatemi-Socie a to chybu 2,11%. Tato chyba není nějak výrazná a můžeme ji zanedbat. U ostatních metod dopadlo srovnání ještě lépe.

Srovnáme-li všechny tři metody pak co se týče počtu cyklů tak nejvíce se shodují metody Fatemi-Socie a Wang Brown. Tyto dvě metody jsou také pro multiaxiální únavu nejpoužívanější a dávají nejkorektnější výsledky.

12 Závěr

V diplomové práci byl řešen valivý kontakt v elasticko-plastické oblasti, kdy se jedná o přímkový kontakt. Z tohoto důvodu lze řešit jako rovinnou úlohu, a proto také byla použita podmínka rovinné deformace.

Cílem této práce bylo určení životnosti valivého kontaktu v kontaktní únavě ocelové pásnice za předpokladu omezené životnosti při nízkocyklové únavě. Aby docházelo k porušení nízkocyklovou únavou je nutné, aby chování materiálu bylo charakterizováno uzavřenou hysterezní smyčkou. K porušování nízkocyklovou únavou bude docházet tehdy, pokud zatížení bude dosahovat násobku maximálního Hertzova tlaku a meze kluzu ve smyku. Byla vypočtena potřebná přitlačná síla na jednotku délky $P' = 2500 \text{ Nmm}^{-1}$, při této síle se začínají projevovat plastické deformace. Nelineárním výpočtem bylo zjištěno, že při této síle vzniká takový stav materiálu, který je charakterizováno uzavřenou hysterezní smyčkou napětí – deformace.

Numerické výpočty byly prováděny metodou konečných prvků. Odvalování válce bylo řešeno zadáním vypočtené síly do středu válce a poté byl zadán posuv středu válce v závislosti na čase.

Hlavní pozornost v této práci je věnována nízkocyklové multiaxiální únavě valivého kontaktu. Tato problematika byla řešena numericky pomocí metody konečných prvků a také pro srovnání iterační metodou. Řešení je provedeno pro případ, kdy se předpokládá smykové tření $f=0$ a také proporcionální zatěžování valivého kontaktu. Při hodnotě tření $f=0$ dochází k tomu, že nejmenší životnost vychází pro uzel č. 137 731, který se nachází v hloubce -0,68 mm pod povrchem. Nejmenší životnost tohoto bodu byla zkoumána třemi teoriemi únavového poškození a to Fatemi-Socie, Smykových napětí a Wang Brown.

Fatemi-Socie nabývá pro nejvíce zatížený uzel hodnoty počtu cyklů do iniciace trhliny (dle metody konečných prvků) $N_f=126\ 800$, Wang Brown $N_f=136\ 100$ a metoda Smykových napětí $N_f=89\ 597$.

Následně, bylo provedeno iterační řešení vybraných metod. Postup u toho řešení byl takový, že nejdříve bylo provedeno rozdělení počtu cyklů po 100 cyklech a při blížící se shodě bylo provedeno zjemnění tohoto zvoleného kroku po jednom cyklu. Vykázáním shody pravé a levé strany rovnice se dosáhlo požadovaného výsledku. Výsledky řešení pro iterační způsob jsou pro Fatemi-Socie $N_f=124\ 123$, Wang Brown $N_f=133\ 523$ a metoda Smykových napětí $N_f=87\ 839$.

Srovnáním výsledků pro obě metody výpočtu se dosahuje malých rozdílů a to Fatemi-Socie 2,11%, Wang Brown 1,89% a metoda Smykových napětí 1,96%.

V práci by zkoumán vliv středního napětí na životnost součástí. V případě kontaktní únavy vychází střední napětí σ_m tlakové. V tomto případě dochází k tomu, že střední napětí má příznivý vliv na životnost součástí a dochází k prodloužení životnosti.

13 Literatura

- [1] JOHNSON, K.L.: Contact mechanics. 1. Ed. Cambridge, Cambridge university press. 1985.
- [2] Timošenko, Š.: Pružnost a pevnost – 2. díl. Technicko-vědecké vydavatelství, Praha 1951
- [3] JOHNSON, K.L.: The mechanics of plastic deformation of surface and subsurface layers in rolling and sliding contact. In: The Role of Subsurface Zones in the Wear of Materials. Ed. Roman Sulecki. Trans TechPublications Ltd. Switzerland 1988.
- [4] ADÁMKOVÁ, L.: Kontaktní únava pásnice zatěžované střídavým pojezdem ocelové kladky. Doktorandská disertační práce, VŠB-TU Ostrava 1998.
- [5] KUČERA, J.: Stručný úvod do mechaniky lomu. Část I. a II., Skriptum VŠB-TU Ostrava 1993, 1994.
- [6] LENERT, J.: Úvod do metody konečných prvků. Skriptum VŠB-TU Ostrava 1999
- [7] LENERT, J.: Pružnost a pevnost. Část I. a II., Skriptum VŠB-TU Ostrava 1996,
- [8] ANSYS User's Manuals (referenční příručky programu ANSYS od Swanson Analysis Systems, Inc.)
- [9] BARROIS, W.: Repeated plastic deformation as cause of mechanical surface damage in fatigue, wear, fretting-fatigue, and rolling contact fatigue. In: Contact fatigue, 29. September 1988, Cambridge, UK.
- [10] ORKISJ, J., HARRIS, A.: Analysis of residual stresses at shakedown: a hybrid approach. In: Theoretical and applied fracture mechanics 1988, Vol.9, p.108
- [11] KULARNI, S., HAHN, G.T., RUBIN, C.A., BHARGAVA, V.: Elasto-plastic finite element analysis of three dimensional rolling contact above the shakedown limit. In: Computational Mechanics 88, S. N. Atluri, G. Yagawa, 1988, Springer (V1), 21iv
- [12] KARAMI, G.: A boundary element method for two-dimensional contact problems. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 1989.
- [13] VITHOONTIEN, V.: Elasto-plastic analysis for contact fatigue failure. Ph. Dissertation. Evanston, Illinois 1989.
- [14] MARTIN, G.C., HAY, W.W.: The influence of wheel – rail contact forces on formation of rail shells. Trans. ASME 1972, 72-WA/RT-8.
- [15] YU, M.H., MORAN, B., KEER, L.M.: A direct analysis of three-dimensional elastic-plastic rolling contact. In: Journal of tribology, April 1995, Vol. 117/234.

- [16] Lohr,R.D., Ellison,E.G. A simple theory for low cycle multiaxial fatigue. Fatigue Fract.EngngMater. Struct,1980,3, 1-17
- [17] Fatemi, A. Multiaxial stresses. University of Toledo. Chapter 10 – Multiaxial stress
- [18]-.:www.mscsoftware.com
- [19] -.:<http://booklens.com/k-l-johnson/contact-mechanics>
- [20]-.:http://www.kme.zcu.cz/kmet/tutorials/01_02_marc_pohyb_modelu.php
- [21]-.:<http://www.mscsoftware.com/exercise-modules/hertz-contact-analysis>
- [22]-.:<http://www.luxinzheng.net/endownload.htm>

Odkazy platny ke dni 13.5.2013.